

**Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10 modul KTR1.**

**Dugga 1.**

**2025-09-11 kl 8.00-11.00**

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

**För godkänt krävs minst 6 poäng.**

1.
  - a) Lös ekvationen  $\ln x + \ln(x+1) = \ln 6$  (1p)
  - b) Lös ekvationen  $3^x + 2 \cdot 3^{x-1} = 45$  (1p)
  - c) Bestäm den inversa funktionen till  
$$f(x) = 2\ln(3x^3 + 1)$$
 (1p)
2.
  - a) För vilka  $x$  gäller olikheten  $x + 3 \leq \frac{2x}{x-2}$  ? (2p)
  - b) Beräkna  $\sin x$ ,  $\tan x$  då  $\cos x = -\frac{1}{3}$  och  $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  (1p)
3.
  - a) Lös ekvationen  $\sin 3x = \frac{1}{2}$  (1p)
  - b) Lös ekvationen  $2 + \cos x - 2 \sin^2 x = 0$ . (2p)
4.
  - a) Bestäm belopp och ett argument för  $z = \frac{\sqrt{3}-i}{(1-i)^3}$  (1p)
  - b) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen  $z^4 + z^3 - iz - i = 0$ . (2p)

# Svar till dugga 1. 2025

1 a.  $x = 2$

1 b.  $x = 3$

1 c.  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{3}}$

2 a.  $x \leq -2$ ,  $2 < x \leq 3$

b.  $\sin x = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$   $\tan x = 2\sqrt{2}$

3 a.  $x = \begin{cases} \frac{\pi}{18} + n \frac{2\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{18} + n \frac{2\pi}{3} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}.$

b.  $x = \begin{cases} \pm \frac{2\pi}{3} + n 2\pi \\ \frac{\pi}{2} + n \pi \end{cases}, n \in \mathbb{Z}.$

4 a.  $|z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$   $\arg z = \frac{7\pi}{12}$

b.  $-1$ ,  $-i$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ ,  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$