

## Dugga 2 Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10 modul KTR2 2023-10-06 kl 14.00-17.00

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

**3p per uppgift. För godkänt krävs minst 6 poäng.**

1.
  - a) Lös ekvationen  $2\sin^2 x - \cos x = 1$  (2p)
  - b) Lös ekvationen  $\ln x + \ln(x-2) = 3\ln 2$  (1p)
2.
  - a) Skriv om  $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$  på formen  $f(x) = A \sin(\omega x + \alpha)$
  - b) Lös ekvationen  $\sin 2x = \cos x$
  - c) Skissera  $f(x) = 4 \arctan(x-3)$
3.
  - a) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$
  - b) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3^x + 1) + \sqrt{x}}{x + \cos x}$
  - c) Är  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$  kontinuerlig i  $x = 1$ ?
4. Derivera följande funktioner obs! b) och c) med deriveringsregler.
  - a) Med derivatans definition  $f(x) = 3x^2 + x$
  - b)  $f(x) = x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x \ln x$
  - c)  $f(x) = \frac{e^{-x^2}}{3 - 2x}$

## Svar till dugga 2

1a  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{n2\pi}{3} \quad n \in \mathbb{Z}$

1b  $x = 4$

2a  $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(3x + \frac{7\pi}{4}\right)$

2b 
$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + n2\pi \\ \frac{5\pi}{6} + n2\pi \\ \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2c strängt växande från  $-2\pi$  till  $2\pi$  och skär x-axeln i  $(3,0)$

3a  $-\frac{2}{3}$

3b  $\ln 3$

3c Nej  
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3 \neq f(1)$

4a  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dots = 6x + 1$

4b  $f'(x) = \frac{5}{2}x^{3/2} - \frac{1}{2}x^{-3/2} + \ln x + 1$

4c  $f'(x) = \frac{e^{-x^2}(4x^2 - 6x + 2)}{(3 - 2x)^2}$