

Dugga 2 Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10
modul KTR2 2025-10-03 kl 8.00-11.00

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

3p per uppgift. För godkänt krävs minst 6 poäng.

1.

a) Lös ekvationen $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

b) Lös ekvationen $\ln x^2 + \ln(2x) = \ln \frac{2}{e^2}$

c) Lös ekvationen $(3 + \ln x) \ln x = 0$

2.

a) Skriv om $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ på formen $f(x) = A \sin(\omega x + \alpha)$

b) Lös ekvationen $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

c) Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x^2 + 1) - 2 \ln(x + 2))$

3.

a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x - x^2}$

c) Sätt $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + 2x - 3}$, $x \neq 1$. Kan man definiera f i $x = 1$ så att den utvidgade funktionen blir kontinuerlig? Motivera!

4.

Derivera följande funktioner (b och c med deriveringsregler)

a) Med derivatans definition $f(x) = \sqrt{3x+1}$

b) $y = (3x^2 + x) \sin 2x$

c) $y = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$

Svar till dugga 2

1a $x = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$

1b $x = e^{-2/3}$

1c $x_1 = 1 \quad x_2 = e^{-3}$

2a $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$

2b
$$x = \begin{cases} -\frac{\pi}{6} + n2\pi \\ \frac{\pi}{2} + n2\pi \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

2c 0

3a 1/2

3b 3

3c Svar Ja
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 0$

4a $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dots\dots\dots = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

4b $f'(x) = (6x+1)\sin 2x + (3x^2 + x)2\cos 2x$

4c
$$f'(x) = \frac{1}{x^3(1 + \frac{1}{x^2})^{3/2}}$$