

**Dugga 3. Analys i en variabel del 2, utbildningskod TAIU 10.**

**Modul KTR3**

**2023-11-24, kl 8.00-11.00.**

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Vid tentamen på kursen Analys i en variabel del 2, TAIU 10, kan man tillgodoräkna sig 1 poäng då man har erhållit minst 6 poäng på dugga 3 eller 2 poäng då man erhållit minst 10 poäng på dugga 3. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget 3.

1. Beräkna

a)  $\int_2^3 \frac{1}{x^2 + x} dx$  (1p)

b)  $\int_0^1 x e^{3x} dx$  (1p)

c)  $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin 2x dx$  (1p)

d)  $\int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$  (1p)

2. Beräkna arean av det område, i första kvadranten, som begränsas av

$$y = \frac{2}{x}, \quad y = 2x \quad \text{och} \quad y = \frac{x}{8}. \quad (3p)$$

3. Räkna ut volymen av den rotationskropp som bildas då ytan mellan kurvan  $y = \ln x$ ,  $1 \leq x \leq e$ , x-axeln och linjen  $x = e$  roteras ett varv kring x-axeln. (3p)

4. Räkna ut volymen av den rotationskropp som bildas då ytan mellan kurvan  $y = \sin^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , och x-axeln roteras ett varv kring y-axeln. (3p)

5. Beräkna längden av kurvan  $x = \frac{3}{2}\sqrt{t}$ ,  $y = (t+1)^{3/2}$ ,  $1 \leq t \leq 2$ .

Utgå ifrån ett bagelement och "härled" beräkningsformel för kurvängd. (3p)

## Svar till dugga 3

1a.  $\ln \frac{9}{8}$

1b.  $\frac{2e^3+1}{9}$

1c.  $\frac{2}{3}$

1d.  $\frac{\pi}{8}$

2.  $4 \ln 2$  a.e

3.  $\pi(e-2)$  v.e

4.  $\frac{\pi^3}{2}$  v.e

5.  $\frac{7\sqrt{2}-5}{2}$  l.e