

**Dugga 3. Analys i en variabel del 2, utbildningskod TAIU 10.
Modul KTR3**

2024-11-22, kl 8.00-11.00.

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Vid tentamen på kursen Analys i en variabel del 2, TAIU 10, kan man tillgodoräkna sig 1 poäng då man har erhållit minst 6 poäng på dugga 3 eller 2 poäng då man erhållit minst 10 poäng på dugga 3. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget 3.

1. Beräkna

a) $\int \frac{4}{3+2x-x^2} dx$ (1p)

b) $\int_{1/4}^{9/4} e^{2\sqrt{x}} dx$ (1p)

c) $\int x \ln x dx$ (1p)

d) $\int_0^{8\pi} \sin^4 x dx$ (1p)

2. Kurvan $y = 2x - x^2$ avgränsar tillsammans med x-axeln ett område. Vid rotation kring x-axeln alstrar området en rotationskropp. Vilken volym får denna? (3p)

3. Beräkna längden av kurvan $C: \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \frac{t^3}{3} + 1 \end{cases}, 0 \leq t \leq 1.$ (3p)

4. Beräkna volymen av den kropp som fås då området

$$D = \{ (x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq e^{x^2} \}$$

roteras ett varv kring y-axeln.

(3p)

5. Beräkna arean av den yta som uppkommer då kurvan $y = \frac{1}{2}(x-3)^2, 0 \leq x \leq 3,$ roteras ett varv kring linjen $x = 3.$

(3p)

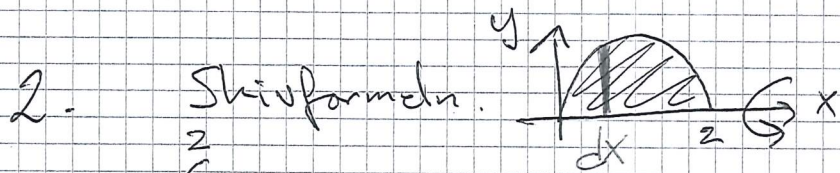
Svar:

1 a. / PBU / $\ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right| + C$

b. / Sub. / $\frac{e^3}{2\sqrt{x}}$ / p.i. / e^3

c. / p.i. / $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$

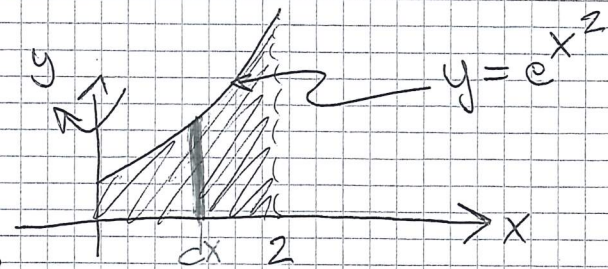
d. / Eulers formel / $\frac{\sin^2 x}{2} = \frac{1 - \cos 2x}{4}$ / 3π



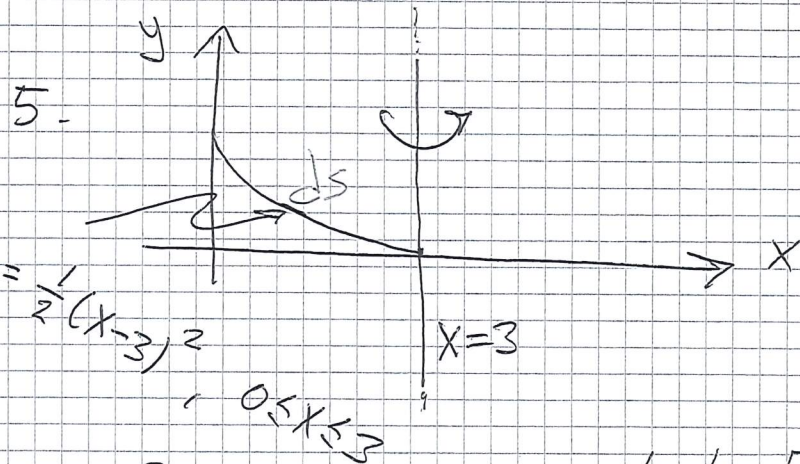
$$V = \int_0^2 \pi y^2 dx = \dots = \frac{16\pi}{15} \text{ v.e.}$$

3.
$$L = \int_0^1 \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt = \frac{5\sqrt{5}-8}{3} \text{ le}$$

4.



$$V = \int_0^2 2\pi x y dx = \frac{\text{Sub } t=x^2}{=} = \pi(e^4 - 1) \text{ v.e.}$$



$$A = \int_0^3 2\pi(3-x) ds = \int_0^3 \frac{ds}{\sqrt{1+(y')^2}} = \frac{2\pi}{3} (10\sqrt{10} - 1) \text{ v.e.}$$