

Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10 modul KTR1.
Dugga 1.
2024-09-12 kl 8.00-11.00

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

För godkänt krävs minst 6 poäng.

1.
 - a) Skriv som en logaritm $\ln(x^2 - 1) - 2\ln(x + 1)$ (1p)
 - b) Lös ekvationen $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ (1p)
 - c) Ange definitions och värdemängd till
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - 1}}$$
Är funktionen injektiv? (1p)

2.
 - a) För vilka x gäller olikheten $\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x} \geq 0$? (2p)
 - b) Lös ekvationen $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{x - 6}$ (1p)

3.
 - a) Lös ekvationen $1 + \cos x - 2\sin^2 x = 0$ (2p)
 - b) Lös olikheten $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 \leq x \leq 2\pi$ (rita enhetscirkeln) (1p)

4.
 - a) Bestäm argument och absolutbelopp till $z = \frac{(1 - i)(1 + i\sqrt{3})}{i(\sqrt{12} - 2i)}$ (1p)
 - b) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen $z^3 - 4z^2 + 9z - 10 = 0$ (2p)

Svar till Dugga 1.

1. a) $\ln \frac{x-1}{x+1}$
- b) $x=2$
- c) $x > \frac{1}{2}$, $y > 0$ Ja, f är strängt avtagande.
2. a) $x \leq -1, 0 < x \leq 1, x \geq 2$
- b) lösning saknas
3. a) $x = \frac{\pi}{3} + n \frac{2\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$
- b) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$
4. a) $\arg z = -\frac{\pi}{4}$ $|z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) $z_1 = 2$ $z_{2,3} = 1 \pm 2i$