

Dugga 2 Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10 modul KTR2 2022-10-07 kl 14.00-17.00

Penna, radergummi, linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Syftet ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

3p per uppgift. För godkänt krävs minst 6 poäng.

1.

a) Lös ekvationen $\cos(2x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (2p)

b) Skriv om $f(t) = \sin 3t + \sqrt{3} \cos 3t$ på formen $f(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$ och skissera sedan funktionen. (1p)

2.

a) Ange definitions- och värdemängd till $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$
Är funktionen injektiv? Ange inversen om den existerar.

b) Lös ekvationen $\frac{\ln(5-x)}{\ln(13-2x)} = \frac{1}{2}$.

c) Beräkna $\arccos(\cos \frac{7\pi}{6})$

3.

a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$

c) Bestäm talet k så att f blir kontinuerlig då $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & , x \geq 2 \\ k - 3x & , x < 2 \end{cases}$

4.

Derivera följande funktioner (b och c med deriveringsregler)

a) Med derivatans definition $f(x) = x^2 + 5x + 3$

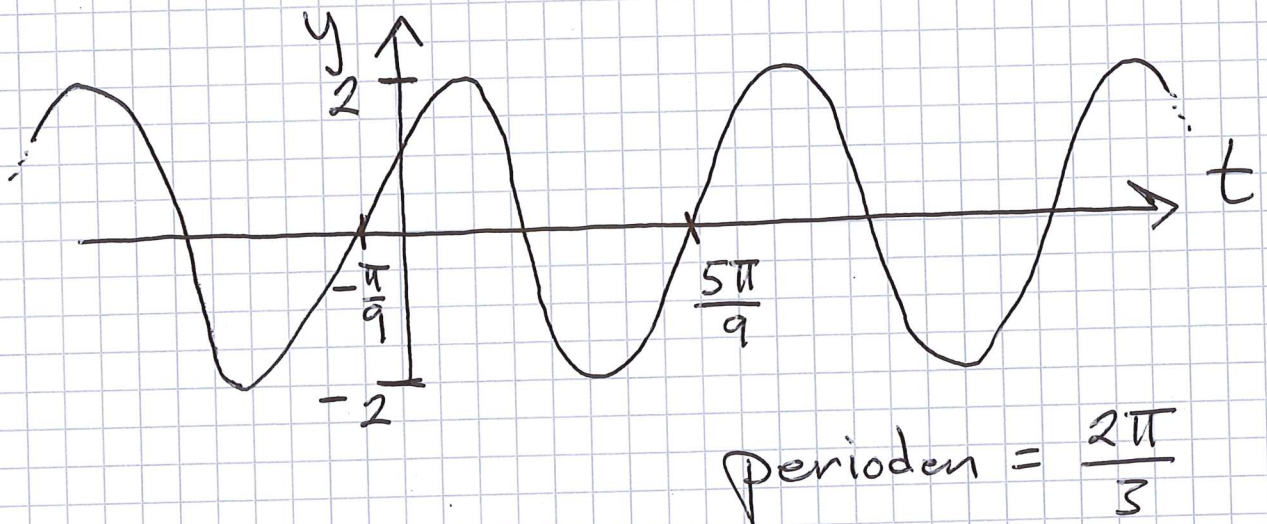
b) $y = e^{3x}(x^2 + x)$

c) $y = \ln \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$

Svar till KTR 2 2022-10-07.

1 a.
$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{24} + n\pi \\ -\frac{5\pi}{24} + n\pi \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

1 b.
$$f(t) = 2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{3}\right)$$



2 a. f ej injektiv.

t.ex $f(0) = f(4)$

$$D_f = [0, 4], \quad V_f = [0, 2]$$

2 b. $x = 2$

2 c. $\frac{5\pi}{6}$

3 a. 1.

b. 2.

c. $k=4$

4 a. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dots = 2x+5$

b. $y' = e^{3x} (3x^2 + 5x + 1)$

c. $y' = \frac{-1}{x(x^2+1)}$
