Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Magnus Berggren

Dugga 2 Analys i en variabel del 1, utbildningskod TAIU10 modul KTR2 2024-10-04 kl 14.00-17.00

Penna,radergummi,linjal och passare får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga,välmotiverade,ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

3p per uppgift. För godkänt krävs minst 6 poäng.

1. a) Lös ekvationen $\sin(8x+\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

   b) Lös ekvationen $(2-\ln x)\ln x = 0$

   c) För vilka reella x gäller $\frac{x^2}{x^2+1} = x$

2. a) Skriv om $f(x) = \cos x - \sqrt{3}\sin x$ på formen $f(x) = A\sin(\omega x + \alpha)$

   b) Bestäm alla $x \in [0,2\pi]$ som uppfyller olikheten
   $\sqrt{2} \le \cos x - \sqrt{3}\sin x \le 2$.

   c) Skissera $f(x) = 2\arctan(x-2)$

3. a) Beräkna $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+100}-10}{x^2}$

   b) Beräkna $\lim\limits_{x\to \infty}\frac{3x^2-5x+1}{2x+6x^2+100}$

   c) Undersök om funktionen $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & , \quad x \ge 1 \\ x+2 & , \quad x < 1 \end{cases}$ är kontinuerlig och deriverbar.

4. Derivera följande funktioner obs! b) och c) med deriveringsregler.

   a) Med derivatans definition $f(x) = x^3 + x$

   b) $y = e^{\frac{x}{2}} + 2\sqrt{x} + 5$

   c) Funktionen $f(x) = x^5 + x + 1$ har en deriverbar invers f^{-1}
   Beräkna $(f^{-1})'(35)$

Svar till dugga 2

1a	$x = \begin{cases} \dfrac{-3\pi}{32} + \dfrac{n\pi}{4} \\ \dfrac{3\pi}{32} + \dfrac{n\pi}{4} \end{cases} \quad n \in Z$
1b	$x_1 = 1 \quad x_2 = e^2$
1c	$x = 0$
2a	$f(x) = 2\sin(x + \dfrac{5\pi}{6})$
2b	$\dfrac{17\pi}{12} \leq x \leq \dfrac{23\pi}{12}$
2c	strängt växande från $-\pi$ till π och skär x-axeln i (2,0)
3a	1/20
3b	½
3c	Den enda punkt där det kan vara problem är x=1. $\lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$ således kontinuerlig för x=1 men ej deriverbar för x=1 $f'_+(1) \neq f'_-(1)$
4a	$f'(x) = 3x^2 + 1$
4b	$f'(x) = \dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
4c	1/81