Formel- och tabellsamling i matematisk statistik
TAMS65

Martin Singull

Innehåll

TAMS65

TAMS65

1 Sannolikhetslära

1.1 Några diskreta fördelningar

- **Binomialfördelning**

$$X \sim Bin(n,p)$$

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \qquad k = 0, 1, \ldots, n$$

$$\mathrm{E}[X] = np, \qquad \mathrm{var}(X) = np(1-p), \qquad G_X(s) = (1 + p(s-1))^n$$

- **Poissonfördelning**

$$X \sim Po(\mu)$$

$$p_X(k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\mathrm{E}[X] = \mu, \qquad \mathrm{var}(X) = \mu, \qquad G_X(s) = e^{(s-1)\mu}$$

- **Hypergeometriskfördelning**

$$X \sim Hyp(N,n,p)$$

$$p_X(k) = \frac{\binom{Np}{k}\binom{N(1-p)}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \qquad k = 0, 1, \ldots, n$$

$$\mathrm{E}[X] = np, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{N-n}{N-1} np(1-p)$$

- **Geometrisk fördelning**

$$X \sim Ge(p)$$

$$p_X(k) = (1-p)^k p, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{1-p}{p}, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{1-p}{p^2}, \qquad G_X(s) = \frac{p}{1-(1-p)s}$$

- **För första-gången-fördelning**

$$X \sim Ffg(p)$$

$$p_X(k) = (1-p)^{k-1} p, \qquad k = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{1}{p}, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{1-p}{p^2}, \qquad G_X(s) = \frac{sp}{1-(1-p)s}$$

- **Negativ Binomialfördelning**

$$X \sim NB(r,p)$$

$$p_X(k) = \binom{k+r-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{r(1-p)}{p}, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{r(1-p)}{p}, \qquad G_X(s) = \left(\frac{p}{1-(1-p)s}\right)^r$$

1.2 Några kontinuerliga fördelningar

- **Likformig (rektangulär) fördelning på intervallet (a,b)**

$$X \sim U(a,b)$$

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}, \qquad a \le x \le b$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{a+b}{2}, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}, \qquad M_X(p) = \frac{e^{pb} - e^{pa}}{p(b-a)}$$

- **Exponentialfördelning**

$$X \sim Exp(\lambda),$$

där λ betecknar intensiteten. Ibland används väntevärdet $\mu = \frac{1}{\lambda}$ som parameter.

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad x \ge 0$$

$$\mathrm{E}[X] = \frac{1}{\lambda}, \qquad \mathrm{var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \qquad M_X(p) = \frac{\lambda}{\lambda - p}, \qquad \lambda > p.$$

- **Normalfördelning**

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \qquad -\infty < x < +\infty$$

$$\mathrm{E}[X] = \mu, \qquad \mathrm{var}(X) = \sigma^2, \qquad M_X(p) = \exp\left\{p\mu + \frac{p^2}{2}\sigma^2\right\}$$

- **χ^2-fördelning**

$$Y \sim \chi^2(n)$$

Uppkomst: Om $X_1, \ldots, X_n$ är oberoende, var och en $N(0,1)$, gäller att $Y = X_1^2 + \ldots + X_n^2$ får en χ^2 fördelning med n frihetsgrader.

$$f_Y(x) = \frac{x^{(n/2)-1} e^{-x/2}}{2^{(n/2)} \Gamma(n/2)}, \qquad x \ge 0,$$

där $\Gamma(\cdot)$ är gammafunktionen

$$\Gamma(c) = \int_0^\infty x^{c-1} e^{-x} dx, \quad \text{där } c > 0.$$

$$\mathrm{E}[Y] = n, \qquad \mathrm{var}(Y) = 2n, \qquad M_Y(p) = \frac{1}{(1-p)^{n/2}}, \qquad p < 1$$

- **t-fördelning**

$$Z \sim t(n)$$

Uppkomst: Om $X \sim N(0,1)$ och $Y \sim \chi^2(n)$ samt X och Y är oberoende, så gäller att $Z = \dfrac{X}{\sqrt{Y/n}}$ får en t-fördelning med n frihetsgrader.

$$f_Z(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{(n+1)/2}}, \qquad -\infty < x < +\infty$$

- **F - fördelning**

$$Y \sim F(n_1, n_2)$$

Uppkomst: Om $X_1 \sim \chi^2(n_1)$ och $X_2 \sim \chi^2(n_2)$ samt X_1 och X_2 är oberoende, så gäller att $Y = \dfrac{X_1/n_1}{X_2/n_2}$ får en F-fördelning med n_1 och n_2 frihetsgrader.

$$f_Y(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{n_1/2} x^{(n_1/2)-1}}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}x+1\right)^{(n_1+n_2)/2}}, \qquad x \geq 0$$

- **Gammafördelning**

$$Y \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$$

Uppkomst: Om $X_1, \ldots, X_n$ är oberoende, var och en $Exp(\lambda)$, så blir $Y = X_1 + \ldots + X_n$ gammafördelad med parametrarna n och λ.

$$f_Y(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{\alpha-1}e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)}, \qquad x \geq 0$$

- **Weibullfördelning**

$$f_X(x) = \frac{c}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{c-1} e^{-(x/a)^c}, \qquad x \geq 0$$

$$\mathrm{E}[X] = a\Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right), \qquad \mathrm{var}(X) = a^2\left(\Gamma\left(\frac{c+2}{c}\right) - \left(\Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right)\right)^2\right)$$

1.3 Kovarians och Korrelation

- Kovarians: $\mathrm{cov}(X,Y) = \mathrm{E}[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$, där $\mu_X = \mathrm{E}[X]$ och $\mu_Y = \mathrm{E}[Y]$
- Korrelation: $\rho(X,Y) = \dfrac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$, där $\sigma_X^2 = \mathrm{var}(X)$ och $\sigma_Y^2 = \mathrm{var}(Y)$

1.4 Linjärkombinationer av slumpvariabler

1. Generellt gäller att

$$\mathrm{E}[a_1X_1 + \ldots + a_nX_n + b] = a_1\,\mathrm{E}[X_1] + \ldots + a_n\,\mathrm{E}[X_n] + b.$$

2. För *oberoende* slumpvariabler $X_1, \ldots, X_n$ gäller att

$$\mathrm{var}(a_1X_1 + \ldots + a_nX_n + b) = a_1^2\,\mathrm{var}(X_1) + \ldots + a_n^2\,\mathrm{var}(X_n).$$

3. Generellt gäller att

$$\mathrm{var}(a_1X_1 + \ldots + a_nX_n + b) = \sum_{j=1}^{n} a_j^2\,\mathrm{var}(X_j) + 2\sum_{1\leq j<k\leq n} a_ja_k\,\mathrm{cov}(X_j, X_k).$$

1.5 Genererande funktioner

En diskret icke-negativ, heltalsvärd slumpvariabel X har sannolikhetsgenererande funktion

$$G_X(s) = \mathrm{E}[s^X] = \sum_{k=0}^{\infty} s^k p_X(k).$$

En kontinuerlig slumpvariabel X har momentgenererande funktion

$$M_X(p) = \mathrm{E}[e^{pX}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{px} f_X(x)dx.$$

Om $(X_j)_{j=1}^{\infty}$ är oberoende och likafördelade diskreta icke-negativa heltalsvärda slumpvariabler, samma fördelning som X, och Z är en diskret icke negativ, heltalsvärd slumpvariabel, och $Y = X_1 + \ldots + X_Z$, gäller:

$$G_Y(s) = G_Z(G_X(s)).$$

Om $(X_j)_{j=1}^{\infty}$ är oberoende likafördelade slumpvariabler, samma fördelning som X och Z är en diskret icke negativ, heltalsvärd slumpvariabel, och $Y = X_1 + \ldots + X_Z$, gäller:

$$M_Y(s) = G_Z(M_X(s)).$$

1.6 Centrala gränsvärdessatsen

Låt $X_1, \ldots, X_n$ vara oberoende och likafördelade slumpvariabler, var och en med väntevärde $\mathrm{E}[X] = \mu$ och varians $\mathrm{var}(X) = \sigma^2$. Låt $\bar{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n)$. Då gäller, approximativt, för stora n att

- $\dfrac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0,1)$,
- $\bar{X}_n \approx N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$,
- $\sum_{j=1}^{n} X_j \approx N(n\mu, \sqrt{n}\sigma)$.

1.7 Approximationer mellan olika fördelningar

- $X \sim Hyp(N,n,p)$ och $\frac{n}{N} \leq \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad X \approx Bin(n,p)$
- $X \sim Hyp(N,n,p)$ och $\frac{N-n}{N-1}np(1-p) \geq 10 \quad \Rightarrow \quad X \approx N\left(np, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}np(1-p)}\right)$,
- $X \sim Bin(n,p)$ och $n \geq 10$, $p \leq 0.1 \quad \Rightarrow \quad X \approx Po(np)$
- $X \sim Bin(n,p)$ och $np(1-p) \geq 10 \quad \Rightarrow \quad X \approx N(np, \sqrt{np(1-p)})$,
- $X \sim Po(\mu)$ och $\mu \geq 15 \quad \Rightarrow \quad X \approx N(\mu, \sqrt{\mu})$.

1.8 Samband mellan betingade och obetingade väntevärden och varianser

- $\mathrm{E}[X] = \mathrm{E}_Y[\mathrm{E}[X|Y]]$,
- $\mathrm{var}(X) = \mathrm{E}_Y[\mathrm{var}(X|Y)] + \mathrm{var}_Y(\mathrm{E}[X|Y])$.

1.9 Stokastisk vektor

Låt $\boldsymbol{\mu}_X$ och $\boldsymbol{\Sigma}_X$ var väntevärdesvektorn och kovariansmatrisen för en stokastisk vektor $\boldsymbol{X}$. Då gäller följande räknelagar:

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{b} \qquad \text{ger} \qquad \boldsymbol{\mu}_Y = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_X + \boldsymbol{b} \qquad \text{och} \qquad \boldsymbol{\Sigma}_Y = \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}_X\mathbf{A}'.$$

Specialfall: $\mathrm{var}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j X_j\right) = \mathrm{var}\,(\boldsymbol{a}'\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{a}'\boldsymbol{\Sigma}_X\boldsymbol{a}$.

Prediktering: $\mathrm{E}[(Y - a - bX)^2]$ har minimum lika med $\mathrm{var}(Y)(1-\rho^2)$ för

$$b = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\mathrm{var}(X)}, \qquad a = \mathrm{E}[Y] - b\,\mathrm{E}[X].$$

Normalfördelning

En stokastiskvektor $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)'$ som har täthetsfunktionen

$$f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})\right\},$$

där $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n)'$, sägs vara en normalfördelad stokastiskvektor och betecknas $\boldsymbol{X} \sim N_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ med väntevärdesvektor $\boldsymbol{\mu}$ och kovariansmatris $\boldsymbol{\Sigma}$.

En normalfördelad stokastiskvektor har en momentgenererandefunktion som ges av

$$M_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{p}) = \exp\left\{\boldsymbol{p}'\boldsymbol{\mu} + \frac{1}{2}\boldsymbol{p}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{p}\right\}.$$

2 Statistisk teori

2.1 Ett stickprov

Låt $(X_1, \ldots, X_n)$ vara ett slumpmässigt stickprov, X_j har samma fördelning som X, med väntevärde $\mathrm{E}[X] = \mu$ och varians $\mathrm{var}(X) = \sigma^2$ för $j = 1, \ldots, n$.

Stickprovsmedelvärdet $\bar{X} := \dfrac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$ skattar väntevärdet μ.

Stickprovsvariansen $S^2 := \dfrac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \bar{X}_n)^2$ skattar variansen σ^2 om μ är okänt, i annat fall används $\widehat{\sigma^2} = \dfrac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \mu)^2$ som skattning av variansen σ^2.

Om $X \sim N(\mu, \sigma)$, gäller följande:

1. $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$,
2. $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \dfrac{\sum_{j=1}^{n}(X_j - \bar{X}_n)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$,
3. $\dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

2.2 Två stickprov

Låt $(X_1, \ldots, X_m)$ vara ett slumpmässigt stickprov från $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ och $(Y_1, \ldots, Y_n)$ ett slumpmässigt stickprov från $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$. De båda stickproven antas vara oberoende. Låt S_1^2 och S_2^2 vara respektive stickprovsvarianser. Följande gäller,

1. $\dfrac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F(m-1, n-1)$,

2. om $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, så används den sammanvägda σ^2- skattningen

$$S^2 = \frac{(m-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2}{(m-1)+(n-1)} = \frac{\sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})^2 + \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2}{m+n-2}.$$

Det gäller att:

$$\frac{(m+n-2)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(m+n-2)$$

och

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \sim t(m+n-2).$$

2.3 Tukey's metod för parvisa jämförelser

Antag modellen $Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$, där $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma)$ oberoende, $i = 1, \ldots, a$ och $j = 1, \ldots, n$. Då ges de $\binom{a}{2}$ konfidensintervallen för $\mu_i - \mu_k$ av

$$\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{k.} \mp q_\alpha(a, f)\frac{s}{\sqrt{n}},$$

där s^2 är en skattning av σ^2 med f frihetsgrader. Intervallen har den simultana konfidensgraden **exakt** $1 - \alpha$

3 Variansanalys

3.1 Enfaktorförsök – Fix

Låt y_{ij} vara observationer från $Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$, där $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma)$ oberoende, $i = 1, \ldots, a$ och $j = 1, \ldots, n_i$. Låt $N = \sum_i n_i$. Då gäller kvadratsummeuppdelningen

$$\begin{aligned}
SS_{TOT} &= SS_{TREAT} + SS_E, \\
SS_{TOT} &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = N-1, \\
SS_{TREAT} &= \sum_i n_i(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = a-1, \\
E(SS_{TREAT}) &= (a-1)\sigma^2 + \sum_i n_i\tau_i^2, \\
SS_E &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2, \qquad df = N-a, \\
E(SS_E) &= (N-a)\sigma^2.
\end{aligned}$$

3.2 Enfaktorförsök – Varianskomponentmodell

Låt y_{ij} vara observationer från $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ där $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau)$ och $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma)$ oberoende, $i = 1, \ldots, a$ och $j = 1, \ldots, n$. Då gäller att

$$\begin{aligned}
SS_{TOT} &= SS_{TREAT} + SS_E, \\
SS_{TREAT} &= \sum_i n(\overline{y}_{i.} - \overline{y}_{..})^2, \qquad df = a-1, \\
E(SS_{TREAT}) &= (a-1)(n\sigma_\tau^2 + \sigma^2), \\
SS_E &= \sum_{ij} (y_{ij} - \overline{y}_{i.})^2, \qquad df = a(n-1), \\
E(SS_E) &= a(n-1)\sigma^2.
\end{aligned}$$

3.3 Randomiserad Block Design

Låt y_{ij} vara observationer från $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$, där $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma)$ oberoende, $i = 1, \ldots, a$ och $j = 1, \ldots, b$. Då gäller att

$$
\begin{aligned}
SS_{TOT} &= SS_A + SS_B + SS_E, \\
SS_{TOT} &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = ab - 1, \\
SS_A &= b \sum_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = a - 1, \\
SS_B &= a \sum_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = b - 1, \\
SS_E &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2, \qquad df = (a-1)(b-1).
\end{aligned}
$$

3.4 Tvåfaktorförsök

Låt y_{ijk} vara observationer från $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$, där $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma)$ oberoende, $i = 1, \ldots, a$, $j = 1, \ldots, b$, $k = 1, \ldots, n$ och $N = abn$. Då gäller att

$$
\begin{aligned}
SS_{TOT} &= SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E, \\
SS_{TOT} &= \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2, \qquad df = N - 1, \\
SS_A &= b \sum_i n(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2, \qquad df = a - 1, \\
SS_B &= a \sum_j n(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2, \qquad df = b - 1, \\
SS_{AB} &= \sum_{ij} (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2, \qquad df = (a-1)(b-1), \\
SS_E &= \sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2, \qquad df = ab(n-1).
\end{aligned}
$$

TAMS65

3.5 Romersk kvadrat

Givet en Romersk kvadrat $p \times p$ med observationer y_{ij} ges kvadratsummeuppdelningen av

$$
\begin{aligned}
SS_{TOT} &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = p^2 - 1, \\
SS_A &= p \sum_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = p - 1, \\
SS_B &= p \sum_i (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = p - 1, \\
SS_C &= p \sum_k (\bar{y}_k - \bar{y}_{..})^2, \qquad df = p - 1, \\
SS_E &= \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_k + 2\bar{y}_{..})^2, \qquad df = (p-1)(p-2).
\end{aligned}
$$

4 Linjär regression

4.1 Multipel regression

Modell
Låt $\boldsymbol{Y} = (Y_1, \ldots, Y_n)'$ vara en normalfördelad stokastisk vektor med väntevärde $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ och kovariansmatris $\sigma^2\mathbf{I}$, där $\mathbf{X} : n \times (k+1)$ är en designmatris och $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \ldots, \beta_k)'$ och σ^2 är okända parametrar. Modellen ges av

$$\boldsymbol{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

där $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N_n(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$.

Skattningar
De okända parametrarna $\boldsymbol{\beta}$ och σ^2 skattas med

$$
\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{Y} \sim N_{k+1}(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}), \\
\hat{\sigma}^2 &= s^2 = \frac{SS_E}{n-(k+1)},
\end{aligned}
$$

där SS_E är residualkvadratsumman $SS_E = \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{\mu}_j)^2$ med $n-(k+1)$ frihetsgrader. Det skattade regressionsuttrycket ges av

$$\hat{\mu}_j = \hat{y}(x_{j1}, \ldots, x_{jk}) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{j1} + \ldots + \hat{\beta}_k x_{jk}.$$

Konfidensintervall och prediktering
Låt $Y_0 = \boldsymbol{u}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_0$, där $\boldsymbol{u} = (1\ u_1\ \ldots\ u_k)'$ och $\varepsilon_0 \sim N(0, \sigma)$.

Väntevärdet $\mu_0 = \boldsymbol{u}'\boldsymbol{\beta}$ skattas med $\hat{\mu}_0 = \boldsymbol{u}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} \sim N\left(\boldsymbol{u}'\boldsymbol{\beta}, \sigma\sqrt{\boldsymbol{u}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\boldsymbol{u}}\right)$

och predikteringsfelet ges av $Y_0 - \hat{\mu}_0 = Y_0 - \boldsymbol{u}'\widehat{\boldsymbol{\beta}} \sim N\left(0, \sigma\sqrt{1 + \boldsymbol{u}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\boldsymbol{u}}\right)$.

Kvadratsummeuppdelning
Låt $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_j$. Det gäller att

$$\begin{aligned} SS_{TOT} &= \sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2, \qquad df = n-1, \\ SS_{TOT} &= SS_R + SS_E, \\ SS_R &= \sum_{j=1}^{n}(\hat{y}_j - \bar{y})^2, \qquad df = k, \\ SS_E &= \sum_{j=1}^{n}(y_j - \hat{y}_j)^2, \qquad df = n-(k+1). \end{aligned}$$

F-test av alla förklaringsvariabler
$H_0 : \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$ (alla förklaringsvariablerna är meningslösa) mot
H_1 : minst ett $\beta_i \neq 0$ (minst en förklaringsvariabel gör nytta.)

Teststorhet: $V = \dfrac{SS_R/k}{SS_E/(n-(k+1))} \sim F(k, n-(k+1))$ om H_0 är sann.

F-test för tillägg av p förklarande variabler
Modell 1: $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$
Modell 2: $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_{k+p} x_{k+p} + \varepsilon$

$H_0 : \beta_{k+1} = \ldots = \beta_{k+p} = 0$ (nya förklaringsvariablerna meningslösa) mot
H_1 : minst en av $\beta_{k+1}, \ldots, \beta_{k+p}$ är $\neq 0$.

Teststorhet: $W = \dfrac{(SS_E^{(1)} - SS_E^{(2)})/p}{SS_E^{(2)}/(n-(k+p+1))} \sim F(p, n-(k+p+1))$ under H_0,
där $SS_E^{(i)}$ är residualkvadratsumman för modell $i = 1, 2$.

4.2 Enkel linjär regression

Modell
Vid enkel linjär regression ges modellen av

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i,$$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$ $i = 1, \ldots, n$ och oberoende.

Skattningar

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_i (x_i - \overline{x})Y_i}{\sum_i (x_i - \overline{x})^2} \sim N\left(\beta_1, \sigma\sqrt{\frac{1}{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}}\right), \\ \hat{\beta}_0 &= \overline{Y} - \hat{\beta}_1\overline{x} \sim N\left(\beta_0, \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{x}^2}{\sum_j (x_j - \overline{x})^2}}\right), \\ \widehat{\sigma^2} &= S^2 = \frac{1}{n-2}\sum_j (Y_j - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_j)^2, \\ \frac{(n-2)S^2}{\sigma^2} &= \frac{\sum (Y_j - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_j)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2). \end{aligned}$$

De stokastiska variablerna $\overline{Y}$, $\hat{\beta}_1$ och S^2 är oberoende.

Kvadratsummeuppdelning

$$\sum_j (y_j - \overline{y})^2 = \hat{\beta}_1^2 \sum_j (x_j - \overline{x})^2 + \sum_j (y_j - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_j)^2$$

Konfidensintervall
Konfidensintervall för $\mu_0 = \beta_0 + \beta_1 x_0$ ges av

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \mp t\, s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \overline{x})^2}{\sum_j (x_j - \overline{x})^2}}.$$

Prediktering
Prognosintervall (prediktionsintervall) för $Y_0 = \beta_0 + \beta_1 x_0 + \epsilon$ ges av

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \mp t\, s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \overline{x})^2}{\sum_j (x_j - \overline{x})^2}}.$$

TAMS65

5 χ^2-test

5.1 Fackindelning med k fack

1. H_0: Fördelningsfunktioner är $F_0(x)$ (inga okänd parametrar).

   Låt $p_i = F_0(a_i) - F_0(a_{i-1})$ och N_i antalet x_i i intervallet $(a_{i-1}, a_i]$.

   Teststorhet: $T = \sum_{i=1}^{k} \dfrac{(N_i - np_i)^2}{np_i} \approx \chi^2(k-1)$-fördelad under H_0.

2. H_0: Given parametrisk fördelningsklass med fördelningsfunktion $F(x)$.

   Teststorheten: $T = \sum_{i=1}^{k} \dfrac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$,

   där p_i beräknas som i 1. sedan parametrarna i $F(x)$ har skattats. T är approximativt $\chi^2(k-1-r)$-fördelad under H_0 där r = antalet skattade parametrar i $F(x)$.

För både 1. och 2. krävs att alla $np_i \geq 5$.

5.2 Homogenitetstest

Datamaterial 1	N_{11}	N_{12}	$\dots$	N_{1k}	n_1	observationer
2	N_{21}	N_{22}	$\dots$	N_{2k}	n_2	observationer
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
r	N_{r1}	N_{r2}	$\dots$	N_{rk}	n_r	observationer
Summa	N_1	N_2	$\dots$	N_k	n	

där $n = \sum_{i=1}^{r} n_i$, $N_j = \sum_{i=1}^{r} N_{ij}$, $\hat{p}_j = \frac{N_j}{n}$.

H_0 : Datamaterialen är homogena, d.v.s., de kan anses komma från samma fördelning.

Teststorhet: $T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} \dfrac{(N_{ij} - n_i \hat{p}_j)^2}{n_i \hat{p}_j} \approx \chi^2\left((r-1)(k-1)\right)$-fördelad under H_0.
Det krävs att alla $n_i \hat{p}_j \geq 5$.

6 Tabeller

6.1 Normalfördelning

Tabell för $\Phi(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim N(0,1)$. För $x < 0$, använd att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

6.2 t-fördelning

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim t(f)$. För $F(x) < 0.5$, använd att $F(x) = 1 - F(-x)$.

f	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.9995
					$F(x)$			
1	1.00	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	127.32	636.62
2	0.82	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	14.09	31.60
3	0.76	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	7.45	12.92
4	0.74	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	5.60	8.61
5	0.73	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	4.77	6.87
6	0.72	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	4.32	5.96
7	0.71	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.03	5.41
8	0.71	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	3.83	5.04
9	0.70	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	3.69	4.78
10	0.70	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	3.58	4.59
11	0.70	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	3.50	4.44
12	0.70	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.43	4.32
13	0.69	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.37	4.22
14	0.69	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.33	4.14
15	0.69	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.29	4.07
16	0.69	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.25	4.01
17	0.69	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.22	3.97
18	0.69	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.20	3.92
19	0.69	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.17	3.88
20	0.69	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.15	3.85
21	0.69	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.14	3.82
22	0.69	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.12	3.79
23	0.69	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.10	3.77
24	0.68	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.09	3.75
25	0.68	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.08	3.73
26	0.68	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.07	3.71
27	0.68	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.06	3.69
28	0.68	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.05	3.67
29	0.68	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.04	3.66
30	0.68	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.03	3.65
40	0.68	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	2.97	3.55
50	0.68	1.30	1.68	2.01	2.40	2.68	2.94	3.50
60	0.68	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	2.91	3.46
100	0.68	1.29	1.66	1.98	2.36	2.63	2.87	3.39
∞	0.67	1.28	1.65	1.96	2.33	2.58	2.81	3.29

6.3 χ^2-fördelning

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim \chi^2(f)$.

f	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
						$F(x)$					
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.06	0.15	0.27	0.45
2	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.45	0.71	1.02	1.39
3	0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.01	1.42	1.87	2.37
4	0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.65	2.19	2.75	3.36
5	0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.34	3.00	3.66	4.35
6	0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	4.57	5.35
7	0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	5.49	6.35
8	0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	6.42	7.34
9	0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	7.36	8.34
10	1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	8.30	9.34
11	1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	9.24	10.34
12	1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	10.18	11.34
13	2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	11.13	12.34
14	2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.82	12.08	13.34
15	3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.31	11.72	13.03	14.34
16	3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.15	12.62	13.98	15.34
17	3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.00	13.53	14.94	16.34
18	4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	12.86	14.44	15.89	17.34
19	4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	13.72	15.35	16.85	18.34
20	5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	14.58	16.27	17.81	19.34
21	5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	15.44	17.18	18.77	20.34
22	6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	16.31	18.10	19.73	21.34
23	6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	17.19	19.02	20.69	22.34
24	7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	18.06	19.94	21.65	23.34
25	7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	18.94	20.87	22.62	24.34
26	8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	19.82	21.79	23.58	25.34
27	9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	20.70	22.72	24.54	26.34
28	9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	21.59	23.65	25.51	27.34
29	10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	22.48	24.58	26.48	28.34
30	10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	23.36	25.51	27.44	29.34
40	16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	32.34	34.87	37.13	39.34
50	23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	41.45	44.31	46.86	49.33
60	30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	50.64	53.81	56.62	59.33
100	59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	87.95	92.13	95.81	99.33

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim \chi^2(f)$.

f	$F(x)$ 0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
1	0.71	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	1.83	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	2.95	3.66	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	4.04	4.88	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	5.13	6.06	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6	6.21	7.23	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	7.28	8.38	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	8.35	9.52	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	9.41	10.66	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	10.47	11.78	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	11.53	12.90	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12	12.58	14.01	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	13.64	15.12	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14	14.69	16.22	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	15.73	17.32	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	16.78	18.42	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	17.82	19.51	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	18.87	20.60	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	19.91	21.69	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	20.95	22.77	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	21.99	23.86	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	23.03	24.94	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	24.07	26.02	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	25.11	27.10	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	26.14	28.17	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26	27.18	29.25	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27	28.21	30.32	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28	29.25	31.39	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29	30.28	32.46	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30	31.32	33.53	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40	41.62	44.16	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50	51.89	54.72	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60	62.13	65.23	68.97	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
100	102.95	106.91	111.67	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

6.4 F-fördelning

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.
För $F(x) < 0.5$ utnyttjar man att $\dfrac{1}{X} \sim F(r_2, r_1)$.

$F(x) = 0.90$

r_2	r_1 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76
50	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	1.73
100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
∞	2.71	2.30	2.08	1.95	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60

r_2	r_1 12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	60.71	61.07	61.35	61.57	61.74	62.26	62.53	62.69	63.01	63.32
2	9.41	9.42	9.43	9.44	9.44	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49
3	5.22	5.20	5.20	5.19	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13
4	3.90	3.88	3.86	3.85	3.84	3.82	3.80	3.80	3.78	3.76
5	3.27	3.25	3.23	3.22	3.21	3.17	3.16	3.15	3.13	3.11
6	2.90	2.88	2.86	2.85	2.84	2.80	2.78	2.77	2.75	2.72
7	2.67	2.64	2.62	2.61	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.47
8	2.50	2.48	2.45	2.44	2.42	2.38	2.36	2.35	2.32	2.29
9	2.38	2.35	2.33	2.31	2.30	2.25	2.23	2.22	2.19	2.16
10	2.28	2.26	2.23	2.22	2.20	2.16	2.13	2.12	2.09	2.06
12	2.15	2.12	2.09	2.08	2.06	2.01	1.99	1.97	1.94	1.90
14	2.05	2.02	2.00	1.98	1.96	1.91	1.89	1.87	1.83	1.80
16	1.99	1.95	1.93	1.91	1.89	1.84	1.81	1.79	1.76	1.72
18	1.93	1.90	1.87	1.85	1.84	1.78	1.75	1.74	1.70	1.66
20	1.89	1.86	1.83	1.81	1.79	1.74	1.71	1.69	1.65	1.61
30	1.77	1.74	1.71	1.69	1.67	1.61	1.57	1.55	1.51	1.46
40	1.71	1.68	1.65	1.62	1.61	1.54	1.51	1.48	1.43	1.38
50	1.68	1.64	1.61	1.59	1.57	1.50	1.46	1.44	1.39	1.33
100	1.61	1.57	1.54	1.52	1.49	1.42	1.38	1.35	1.29	1.22
∞	1.55	1.51	1.47	1.44	1.42	1.34	1.30	1.26	1.19	1.03

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.

$F(x) = 0.95$

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

r_2 \ r_1	12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	243.91	245.36	246.46	247.32	248.01	250.10	251.14	251.77	253.04	254.31
2	19.41	19.42	19.43	19.44	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.74	8.71	8.69	8.67	8.66	8.62	8.59	8.58	8.55	8.53
4	5.91	5.87	5.84	5.82	5.80	5.75	5.72	5.70	5.66	5.63
5	4.68	4.64	4.60	4.58	4.56	4.50	4.46	4.44	4.41	4.37
6	4.00	3.96	3.92	3.90	3.87	3.81	3.77	3.75	3.71	3.67
7	3.57	3.53	3.49	3.47	3.44	3.38	3.34	3.32	3.27	3.23
8	3.28	3.24	3.20	3.17	3.15	3.08	3.04	3.02	2.97	2.93
9	3.07	3.03	2.99	2.96	2.94	2.86	2.83	2.80	2.76	2.71
10	2.91	2.86	2.83	2.80	2.77	2.70	2.66	2.64	2.59	2.54
12	2.69	2.64	2.60	2.57	2.54	2.47	2.43	2.40	2.35	2.30
14	2.53	2.48	2.44	2.41	2.39	2.31	2.27	2.24	2.19	2.13
16	2.42	2.37	2.33	2.30	2.28	2.19	2.15	2.12	2.07	2.01
18	2.34	2.29	2.25	2.22	2.19	2.11	2.06	2.04	1.98	1.92
20	2.28	2.22	2.18	2.15	2.12	2.04	1.99	1.97	1.91	1.84
30	2.09	2.04	1.99	1.96	1.93	1.84	1.79	1.76	1.70	1.62
40	2.00	1.95	1.90	1.87	1.84	1.74	1.69	1.66	1.59	1.51
50	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78	1.69	1.63	1.60	1.52	1.44
100	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68	1.57	1.52	1.48	1.39	1.28
∞	1.75	1.69	1.64	1.60	1.57	1.46	1.39	1.35	1.24	1.00

Tabell för $F(x) = P(X \leq x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.

$F(x) = 0.975$

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	647.79	799.50	864.16	899.58	921.85	937.11	948.22	956.66	963.28	968.63
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39
50	5.34	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38	2.32
100	5.18	3.83	3.25	2.92	2.70	2.54	2.42	2.32	2.24	2.18
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05

r_2 \ r_1	12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	976.71	982.53	986.92	990.35	993.10	1001.41	1005.60	1008.12	1013.17	1018.26
2	39.41	39.43	39.44	39.44	39.45	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	14.34	14.28	14.23	14.20	14.17	14.08	14.04	14.01	13.96	13.90
4	8.75	8.68	8.63	8.59	8.56	8.46	8.41	8.38	8.32	8.26
5	6.52	6.46	6.40	6.36	6.33	6.23	6.18	6.14	6.08	6.02
6	5.37	5.30	5.24	5.20	5.17	5.07	5.01	4.98	4.92	4.85
7	4.67	4.60	4.54	4.50	4.47	4.36	4.31	4.28	4.21	4.14
8	4.20	4.13	4.08	4.03	4.00	3.89	3.84	3.81	3.74	3.67
9	3.87	3.80	3.74	3.70	3.67	3.56	3.51	3.47	3.40	3.33
10	3.62	3.55	3.50	3.45	3.42	3.31	3.26	3.22	3.15	3.08
12	3.28	3.21	3.15	3.11	3.07	2.96	2.91	2.87	2.80	2.72
14	3.05	2.98	2.92	2.88	2.84	2.73	2.67	2.64	2.56	2.49
16	2.89	2.82	2.76	2.72	2.68	2.57	2.51	2.47	2.40	2.32
18	2.77	2.70	2.64	2.60	2.56	2.44	2.38	2.35	2.27	2.19
20	2.68	2.60	2.55	2.50	2.46	2.35	2.29	2.25	2.17	2.09
30	2.41	2.34	2.28	2.23	2.20	2.07	2.01	1.97	1.88	1.79
40	2.29	2.21	2.15	2.11	2.07	1.94	1.88	1.83	1.74	1.64
50	2.22	2.14	2.08	2.03	1.99	1.87	1.80	1.75	1.66	1.55
100	2.08	2.00	1.94	1.89	1.85	1.71	1.64	1.59	1.48	1.35
∞	1.94	1.87	1.80	1.75	1.71	1.57	1.48	1.43	1.30	1.00

Tabell för $F(x) = P(X \le x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.

$F(x) = 0.99$

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5	6055.8
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32

r_2 \ r_1	12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	6106.3	6142.7	6170.1	6191.5	6208.7	6260.6	6286.8	6302.5	6334.1	6365.9
2	99.42	99.43	99.44	99.44	99.45	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	27.05	26.92	26.83	26.75	26.69	26.50	26.41	26.35	26.24	26.13
4	14.37	14.25	14.15	14.08	14.02	13.84	13.75	13.69	13.58	13.46
5	9.89	9.77	9.68	9.61	9.55	9.38	9.29	9.24	9.13	9.02
6	7.72	7.60	7.52	7.45	7.40	7.23	7.14	7.09	6.99	6.88
7	6.47	6.36	6.28	6.21	6.16	5.99	5.91	5.86	5.75	5.65
8	5.67	5.56	5.48	5.41	5.36	5.20	5.12	5.07	4.96	4.86
9	5.11	5.01	4.92	4.86	4.81	4.65	4.57	4.52	4.41	4.31
10	4.71	4.60	4.52	4.46	4.41	4.25	4.17	4.12	4.01	3.91
12	4.16	4.05	3.97	3.91	3.86	3.70	3.62	3.57	3.47	3.36
14	3.80	3.70	3.62	3.56	3.51	3.35	3.27	3.22	3.11	3.00
16	3.55	3.45	3.37	3.31	3.26	3.10	3.02	2.97	2.86	2.75
18	3.37	3.27	3.19	3.13	3.08	2.92	2.84	2.78	2.68	2.57
20	3.23	3.13	3.05	2.99	2.94	2.78	2.69	2.64	2.54	2.42
30	2.84	2.74	2.66	2.60	2.55	2.39	2.30	2.25	2.13	2.01
40	2.66	2.56	2.48	2.42	2.37	2.20	2.11	2.06	1.94	1.80
50	2.56	2.46	2.38	2.32	2.27	2.10	2.01	1.95	1.82	1.68
100	2.37	2.27	2.19	2.12	2.07	1.89	1.80	1.74	1.60	1.43
∞	2.18	2.08	2.00	1.93	1.88	1.70	1.59	1.52	1.36	1.00

Tabell för $F(x) = P(X \le x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.

$F(x) = 0.995$

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	16211	19999	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091	24224
2	198.50	199.00	199.17	199.25	199.30	199.33	199.36	199.37	199.39	199.40
3	55.55	49.80	47.47	46.19	45.39	44.84	44.43	44.13	43.88	43.69
4	31.33	26.28	24.26	23.15	22.46	21.97	21.62	21.35	21.14	20.97
5	22.78	18.31	16.53	15.56	14.94	14.51	14.20	13.96	13.77	13.62
6	18.63	14.54	12.92	12.03	11.46	11.07	10.79	10.57	10.39	10.25
7	16.24	12.40	10.88	10.05	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51	8.38
8	14.69	11.04	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34	7.21
9	13.61	10.11	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54	6.42
10	12.83	9.43	8.08	7.34	6.87	6.54	6.30	6.12	5.97	5.85
12	11.75	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20	5.09
14	11.06	7.92	6.68	6.00	5.56	5.26	5.03	4.86	4.72	4.60
16	10.58	7.51	6.30	5.64	5.21	4.91	4.69	4.52	4.38	4.27
18	10.22	7.21	6.03	5.37	4.96	4.66	4.44	4.28	4.14	4.03
20	9.94	6.99	5.82	5.17	4.76	4.47	4.26	4.09	3.96	3.85
30	9.18	6.35	5.24	4.62	4.23	3.95	3.74	3.58	3.45	3.34
40	8.83	6.07	4.98	4.37	3.99	3.71	3.51	3.35	3.22	3.12
50	8.63	5.90	4.83	4.23	3.85	3.58	3.38	3.22	3.09	2.99
100	8.24	5.59	4.54	3.96	3.59	3.33	3.13	2.97	2.85	2.74
∞	7.88	5.30	4.28	3.72	3.35	3.09	2.90	2.74	2.62	2.52

r_2 \ r_1	12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	24426	24572	24681	24767	24836	25044	25148	25211	25337	25464
2	199.42	199.43	199.44	199.44	199.45	199.47	199.47	199.48	199.49	199.50
3	43.39	43.17	43.01	42.88	42.78	42.47	42.31	42.21	42.02	41.83
4	20.70	20.51	20.37	20.26	20.17	19.89	19.75	19.67	19.50	19.32
5	13.38	13.21	13.09	12.98	12.90	12.66	12.53	12.45	12.30	12.14
6	10.03	9.88	9.76	9.66	9.59	9.36	9.24	9.17	9.03	8.88
7	8.18	8.03	7.91	7.83	7.75	7.53	7.42	7.35	7.22	7.08
8	7.01	6.87	6.76	6.68	6.61	6.40	6.29	6.22	6.09	5.95
9	6.23	6.09	5.98	5.90	5.83	5.62	5.52	5.45	5.32	5.19
10	5.66	5.53	5.42	5.34	5.27	5.07	4.97	4.90	4.77	4.64
12	4.91	4.77	4.67	4.59	4.53	4.33	4.23	4.17	4.04	3.90
14	4.43	4.30	4.20	4.12	4.06	3.86	3.76	3.70	3.57	3.44
16	4.10	3.97	3.87	3.80	3.73	3.54	3.44	3.37	3.25	3.11
18	3.86	3.73	3.64	3.56	3.50	3.30	3.20	3.14	3.01	2.87
20	3.68	3.55	3.46	3.38	3.32	3.12	3.02	2.96	2.83	2.69
30	3.18	3.06	2.96	2.89	2.82	2.63	2.52	2.46	2.32	2.18
40	2.95	2.83	2.74	2.66	2.60	2.40	2.30	2.23	2.09	1.93
50	2.82	2.70	2.61	2.53	2.47	2.27	2.16	2.10	1.95	1.79
100	2.58	2.46	2.37	2.29	2.23	2.02	1.91	1.84	1.68	1.49
∞	2.36	2.24	2.14	2.06	2.00	1.79	1.67	1.59	1.40	1.01

Tabell för $F(x) = P(X \le x)$, där $X \sim F(r_1, r_2)$.

$F(x) = 0.999$

r_2 \ r_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	405284	499999	540379	562500	576405	585937	592873	598144	602284	605621
2	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39	999.40
3	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86	129.25
4	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47	48.05
5	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24	26.92
6	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69	18.41
7	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33	14.08
8	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77	11.54
9	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11	9.89
10	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96	8.75
12	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48	7.29
14	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58	6.40
16	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98	5.81
18	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56	5.39
20	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24	5.08
30	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39	4.24
40	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02	3.87
50	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82	3.67
100	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44	3.30
∞	10.83	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.47	3.27	3.10	2.96

r_2 \ r_1	12	14	16	18	20	30	40	50	100	∞
1	610668	614303	617045	619188	620908	626099	628712	630285	633444	636619
2	999.42	999.43	999.44	999.44	999.45	999.47	999.47	999.48	999.49	999.50
3	128.32	127.64	127.14	126.74	126.42	125.45	124.96	124.66	124.07	123.47
4	47.41	46.95	46.60	46.32	46.10	45.43	45.09	44.88	44.47	44.05
5	26.42	26.06	25.78	25.57	25.39	24.87	24.60	24.44	24.12	23.79
6	17.99	17.68	17.45	17.27	17.12	16.67	16.44	16.31	16.03	15.75
7	13.71	13.43	13.23	13.06	12.93	12.53	12.33	12.20	11.95	11.70
8	11.19	10.94	10.75	10.60	10.48	10.11	9.92	9.80	9.57	9.33
9	9.57	9.33	9.15	9.01	8.90	8.55	8.37	8.26	8.04	7.81
10	8.45	8.22	8.05	7.91	7.80	7.47	7.30	7.19	6.98	6.76
12	7.00	6.79	6.63	6.51	6.40	6.09	5.93	5.83	5.63	5.42
14	6.13	5.93	5.78	5.66	5.56	5.25	5.10	5.00	4.81	4.60
16	5.55	5.35	5.20	5.09	4.99	4.70	4.54	4.45	4.26	4.06
18	5.13	4.94	4.80	4.68	4.59	4.30	4.15	4.06	3.87	3.67
20	4.82	4.64	4.49	4.38	4.29	4.00	3.86	3.77	3.58	3.38
30	4.00	3.82	3.69	3.58	3.49	3.22	3.07	2.98	2.79	2.59
40	3.64	3.47	3.34	3.23	3.14	2.87	2.73	2.64	2.44	2.23
50	3.44	3.27	3.14	3.04	2.95	2.68	2.53	2.44	2.25	2.03
100	3.07	2.91	2.78	2.68	2.59	2.32	2.17	2.08	1.87	1.62
∞	2.74	2.58	2.45	2.35	2.27	1.99	1.84	1.73	1.49	1.01

6.5 Studentized Range Statistic – Tukey

Tabell för $q(a, f)$, där a är antalet parametrar och f är frihetsgraderna för s^2.

$q_{0.10}(a, f)$

f \ a	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	f
1	8.929	13.44	16.36	18.49	20.15	21.51	22.64	23.62	24.48	25.24	25.92	26.54	1
2	4.129	5.733	6.773	7.538	8.139	8.633	9.049	9.409	9.725	10.01	10.26	10.49	2
3	3.328	4.467	5.199	5.738	6.162	6.511	6.806	7.062	7.287	7.487	7.667	7.831	3
4	3.015	3.976	4.586	5.035	5.388	5.679	5.926	6.139	6.327	6.494	6.645	6.783	4
5	2.850	3.717	4.264	4.664	4.979	5.238	5.458	5.648	5.816	5.965	6.100	6.223	5
6	2.748	3.558	4.065	4.435	4.726	4.966	5.168	5.344	5.499	5.637	5.762	5.875	6
7	2.679	3.451	3.931	4.280	4.555	4.780	4.971	5.137	5.283	5.413	5.530	5.637	7
8	2.630	3.374	3.834	4.169	4.431	4.646	4.829	4.987	5.126	5.250	5.362	5.464	8
9	2.592	3.316	3.761	4.084	4.337	4.545	4.721	4.873	5.007	5.126	5.234	5.333	9
10	2.563	3.270	3.704	4.018	4.264	4.465	4.636	4.783	4.913	5.029	5.134	5.229	10
11	2.540	3.234	3.658	3.965	4.205	4.401	4.567	4.711	4.838	4.951	5.053	5.145	11
12	2.521	3.204	3.621	3.921	4.156	4.349	4.511	4.652	4.776	4.886	4.986	5.076	12
13	2.504	3.179	3.589	3.885	4.116	4.304	4.464	4.602	4.724	4.832	4.930	5.019	13
14	2.491	3.158	3.563	3.854	4.081	4.267	4.424	4.560	4.679	4.786	4.882	4.969	14
15	2.479	3.140	3.540	3.828	4.052	4.235	4.390	4.524	4.641	4.746	4.841	4.927	15
16	2.469	3.124	3.520	3.804	4.026	4.207	4.360	4.492	4.608	4.712	4.805	4.890	16
17	2.460	3.110	3.503	3.784	4.003	4.182	4.334	4.464	4.579	4.681	4.774	4.857	17
18	2.452	3.098	3.487	3.766	3.984	4.161	4.310	4.440	4.553	4.654	4.746	4.829	18
19	2.445	3.087	3.474	3.751	3.966	4.142	4.290	4.418	4.530	4.630	4.721	4.803	19
20	2.439	3.077	3.462	3.736	3.950	4.124	4.271	4.398	4.510	4.609	4.699	4.780	20
24	2.420	3.047	3.423	3.692	3.900	4.070	4.213	4.336	4.445	4.541	4.628	4.707	24
30	2.400	3.017	3.386	3.648	3.851	4.016	4.155	4.275	4.381	4.474	4.559	4.635	30
40	2.381	2.988	3.348	3.605	3.802	3.963	4.099	4.215	4.317	4.408	4.490	4.564	40
60	2.363	2.959	3.312	3.562	3.755	3.911	4.042	4.155	4.254	4.342	4.421	4.493	60
120	2.344	2.930	3.276	3.520	3.707	3.859	3.986	4.096	4.191	4.276	4.353	4.422	120
∞	2.326	2.902	3.240	3.478	3.661	3.808	3.931	4.037	4.129	4.211	4.285	4.351	∞

$q_{0.05}(a, f)$

f	a = 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	f
1	17.97	26.98	32.82	37.08	40.41	43.12	45.40	47.36	49.07	50.59	51.96	53.20	1
2	6.085	8.331	9.799	10.88	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99	14.40	14.76	15.09	2
3	4.501	5.910	6.825	7.502	8.037	8.478	8.852	9.177	9.462	9.717	9.946	10.15	3
4	3.926	5.040	5.757	6.287	6.706	7.053	7.347	7.602	7.826	8.027	8.208	8.373	4
5	3.635	4.602	5.218	5.673	6.033	6.330	6.582	6.801	6.995	7.167	7.323	7.466	5
6	3.460	4.339	4.896	5.305	5.628	5.895	6.122	6.319	6.493	6.649	6.789	6.917	6
7	3.344	4.165	4.681	5.060	5.359	5.606	5.815	5.997	6.158	6.302	6.431	6.550	7
8	3.261	4.041	4.529	4.886	5.167	5.399	5.596	5.767	5.918	6.053	6.175	6.287	8
9	3.199	3.948	4.415	4.755	5.024	5.244	5.432	5.595	5.738	5.867	5.983	6.089	9
10	3.151	3.877	4.327	4.654	4.912	5.124	5.304	5.460	5.598	5.722	5.833	5.935	10
11	3.113	3.820	4.256	4.574	4.823	5.028	5.202	5.353	5.486	5.605	5.713	5.811	11
12	3.081	3.773	4.199	4.508	4.750	4.950	5.119	5.265	5.395	5.510	5.615	5.710	12
13	3.055	3.734	4.151	4.453	4.690	4.884	5.049	5.192	5.318	5.431	5.533	5.625	13
14	3.033	3.701	4.111	4.407	4.639	4.829	4.990	5.130	5.253	5.364	5.463	5.554	14
15	3.014	3.673	4.076	4.367	4.595	4.782	4.940	5.077	5.198	5.306	5.403	5.492	15
16	2.998	3.649	4.046	4.333	4.557	4.741	4.896	5.031	5.150	5.256	5.352	5.439	16
17	2.984	3.628	4.020	4.303	4.524	4.705	4.858	4.991	5.108	5.212	5.306	5.392	17
18	2.971	3.609	3.997	4.276	4.494	4.673	4.824	4.955	5.071	5.173	5.266	5.351	18
19	2.960	3.593	3.977	4.253	4.468	4.645	4.794	4.924	5.037	5.139	5.231	5.314	19
20	2.950	3.578	3.958	4.232	4.445	4.620	4.768	4.895	5.008	5.108	5.199	5.282	20
24	2.919	3.532	3.901	4.166	4.373	4.541	4.684	4.807	4.915	5.012	5.099	5.179	24
30	2.888	3.486	3.845	4.102	4.301	4.464	4.601	4.720	4.824	4.917	5.001	5.077	30
40	2.858	3.442	3.791	4.039	4.232	4.388	4.521	4.634	4.735	4.824	4.904	4.977	40
60	2.829	3.399	3.737	3.977	4.163	4.314	4.441	4.550	4.646	4.732	4.808	4.878	60
1200	2.800	3.356	3.685	3.917	4.096	4.241	4.363	4.468	4.560	4.641	4.714	4.781	120
∞	2.772	3.314	3.633	3.858	4.030	4.170	4.286	4.387	4.474	4.552	4.622	4.685	∞

TAMS65

$q_{0.01}(a, f)$

f	a = 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	f
1	90.02	135.0	164.3	185.6	202.2	215.8	227.2	237.0	245.6	253.2	260.0	266.2	1
2	14.04	19.02	22.29	24.72	26.63	28.20	29.53	30.68	31.69	32.59	33.40	34.13	2
3	8.260	10.62	12.17	13.32	14.24	15.00	15.65	16.21	16.69	17.13	17.53	17.89	3
4	6.511	8.120	9.173	9.958	10.58	11.10	11.54	11.92	12.26	12.57	12.84	13.09	4
5	5.702	6.976	7.804	8.421	8.913	9.321	9.669	9.971	10.24	10.48	10.70	10.89	5
6	5.243	6.331	7.033	7.556	7.972	8.318	8.612	8.869	9.097	9.300	9.485	9.653	6
7	4.949	5.919	6.542	7.005	7.373	7.678	7.939	8.166	8.367	8.548	8.711	8.860	7
8	4.745	5.635	6.204	6.625	6.959	7.237	7.474	7.680	7.863	8.027	8.176	8.311	8
9	4.596	5.428	5.957	6.347	6.657	6.915	7.134	7.325	7.494	7.646	7.784	7.910	9
10	4.482	5.270	5.769	6.136	6.428	6.669	6.875	7.054	7.213	7.356	7.485	7.603	10
11	4.392	5.146	5.621	5.970	6.247	6.476	6.671	6.841	6.992	7.127	7.250	7.362	11
12	4.320	5.046	5.502	5.836	6.101	6.320	6.507	6.670	6.814	6.943	7.060	7.166	12
13	4.260	4.964	5.404	5.726	5.981	6.192	6.372	6.528	6.666	6.791	6.903	7.006	13
14	4.210	4.895	5.322	5.634	5.881	6.085	6.258	6.409	6.543	6.663	6.772	6.871	14
15	4.167	4.836	5.252	5.556	5.796	5.994	6.162	6.309	6.438	6.555	6.660	6.756	15
16	4.131	4.786	5.192	5.489	5.722	5.915	6.079	6.222	6.348	6.461	6.564	6.658	16
17	4.099	4.742	5.140	5.430	5.659	5.847	6.007	6.147	6.270	6.380	6.480	6.572	17
18	4.071	4.703	5.094	5.379	5.603	5.787	5.944	6.081	6.201	6.309	6.407	6.496	18
19	4.046	4.669	5.054	5.334	5.553	5.735	5.889	6.022	6.141	6.246	6.342	6.430	19
20	4.024	4.639	5.018	5.293	5.510	5.688	5.839	5.970	6.086	6.190	6.285	6.370	20
24	3.955	4.546	4.907	5.168	5.373	5.542	5.685	5.809	5.919	6.017	6.105	6.186	24
30	3.889	4.455	4.799	5.048	5.242	5.401	5.536	5.653	5.756	5.848	5.932	6.008	30
40	3.825	4.367	4.695	4.931	5.114	5.265	5.392	5.502	5.599	5.685	5.764	5.835	40
60	3.762	4.282	4.594	4.818	4.991	5.133	5.253	5.356	5.447	5.528	5.601	5.667	60
120	3.702	4.200	4.497	4.708	4.872	5.005	5.118	5.214	5.299	5.375	5.443	5.505	120
∞	3.643	4.120	4.403	4.603	4.757	4.882	4.987	5.078	5.157	5.227	5.290	5.348	∞

6.6 Binomialfördelning

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Bin(n, p)$.
För $p > 0.5$, använd att $P(X \leq k) = P(Y \geq n - k)$ där $Y \sim Bin(n, 1 - p)$.

		p									
n	k	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.9928	0.9720	0.9392	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5747	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.2621	0.1780	0.1176	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.9672	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.3191	0.2333	0.1636	0.1094
	2	0.9978	0.9842	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.6471	0.5443	0.4415	0.3438
	3	0.9999	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8826	0.8208	0.7447	0.6563
	4	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9954	0.9891	0.9777	0.9590	0.9308	0.8906
	5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9982	0.9959	0.9917	0.9844
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.9556	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.2338	0.1586	0.1024	0.0625
	2	0.9962	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.5323	0.4199	0.3164	0.2266
	3	0.9998	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.8002	0.7102	0.6083	0.5000
	4	1.0000	0.9998	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9444	0.9037	0.8471	0.7734
	5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9962	0.9910	0.9812	0.9643	0.9375
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9984	0.9963	0.9922
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.9428	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1691	0.1064	0.0632	0.0352
	2	0.9942	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.4278	0.3154	0.2201	0.1445
	3	0.9996	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.7064	0.5941	0.4770	0.3633
	4	1.0000	0.9996	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8939	0.8263	0.7396	0.6367
	5	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9958	0.9887	0.9747	0.9502	0.9115	0.8555
	6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9964	0.9915	0.9819	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9983	0.9961
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
	1	0.9288	0.7748	0.5995	0.4362	0.3003	0.1960	0.1211	0.0705	0.0385	0.0195
	2	0.9916	0.9470	0.8591	0.7382	0.6007	0.4628	0.3373	0.2318	0.1495	0.0898
	3	0.9994	0.9917	0.9661	0.9144	0.8343	0.7297	0.6089	0.4826	0.3614	0.2539
	4	1.0000	0.9991	0.9944	0.9804	0.9511	0.9012	0.8283	0.7334	0.6214	0.5000
	5	1.0000	0.9999	0.9994	0.9969	0.9900	0.9747	0.9464	0.9006	0.8342	0.7461
	6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9888	0.9750	0.9502	0.9102
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9986	0.9962	0.9909	0.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Bin(n, p)$.

		p									
n	k	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
	1	0.9139	0.7361	0.5443	0.3758	0.2440	0.1493	0.0860	0.0464	0.0233	0.0107
	2	0.9885	0.9298	0.8202	0.6778	0.5256	0.3828	0.2616	0.1673	0.0996	0.0547
	3	0.9990	0.9872	0.9500	0.8791	0.7759	0.6496	0.5138	0.3823	0.2660	0.1719
	4	0.9999	0.9984	0.9901	0.9672	0.9219	0.8497	0.7515	0.6331	0.5044	0.3770
	5	1.0000	0.9999	0.9986	0.9936	0.9803	0.9527	0.9051	0.8338	0.7384	0.6230
	6	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9965	0.9894	0.9740	0.9452	0.8980	0.8281
	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9952	0.9877	0.9726	0.9453
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983	0.9955	0.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990
11	0	0.5688	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	0.0005
	1	0.8981	0.6974	0.4922	0.3221	0.1971	0.1130	0.0606	0.0302	0.0139	0.0059
	2	0.9848	0.9104	0.7788	0.6174	0.4552	0.3127	0.2001	0.1189	0.0652	0.0327
	3	0.9984	0.9815	0.9306	0.8389	0.7133	0.5696	0.4256	0.2963	0.1911	0.1133
	4	0.9999	0.9972	0.9841	0.9496	0.8854	0.7897	0.6683	0.5328	0.3971	0.2744
	5	1.0000	0.9997	0.9973	0.9883	0.9657	0.9218	0.8513	0.7535	0.6331	0.5000
	6	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980	0.9924	0.9784	0.9499	0.9006	0.8262	0.7256
	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9957	0.9878	0.9707	0.9390	0.8867
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9980	0.9941	0.9852	0.9673
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9941
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995
12	0	0.5404	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0057	0.0022	0.0008	0.0002
	1	0.8816	0.6590	0.4435	0.2749	0.1584	0.0850	0.0424	0.0196	0.0083	0.0032
	2	0.9804	0.8891	0.7358	0.5583	0.3907	0.2528	0.1513	0.0834	0.0421	0.0193
	3	0.9978	0.9744	0.9078	0.7946	0.6488	0.4925	0.3467	0.2253	0.1345	0.0730
	4	0.9998	0.9957	0.9761	0.9274	0.8424	0.7237	0.5833	0.4382	0.3044	0.1938
	5	1.0000	0.9995	0.9954	0.9806	0.9456	0.8822	0.7873	0.6652	0.5269	0.3872
	6	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961	0.9857	0.9614	0.9154	0.8418	0.7393	0.6128
	7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9972	0.9905	0.9745	0.9427	0.8883	0.8062
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9983	0.9944	0.9847	0.9644	0.9270
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.9972	0.9921	0.9807
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9968
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
13	0	0.5133	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001
	1	0.8646	0.6213	0.3983	0.2336	0.1267	0.0637	0.0296	0.0126	0.0049	0.0017
	2	0.9755	0.8661	0.6920	0.5017	0.3326	0.2025	0.1132	0.0579	0.0269	0.0112
	3	0.9969	0.9658	0.8820	0.7473	0.5843	0.4206	0.2783	0.1686	0.0929	0.0461
	4	0.9997	0.9935	0.9658	0.9009	0.7940	0.6543	0.5005	0.3530	0.2279	0.1334
	5	1.0000	0.9991	0.9925	0.9700	0.9198	0.8346	0.7159	0.5744	0.4268	0.2905
	6	1.0000	0.9999	0.9987	0.9930	0.9757	0.9376	0.8705	0.7712	0.6437	0.5000
	7	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9944	0.9818	0.9538	0.9023	0.8212	0.7095
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9960	0.9874	0.9679	0.9302	0.8666
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9975	0.9922	0.9797	0.9539
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9987	0.9959	0.9888
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Bin(n, p)$.

n	k	p 0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
14	0	0.4877	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001
	1	0.8470	0.5846	0.3567	0.1979	0.1010	0.0475	0.0205	0.0081	0.0029	0.0009
	2	0.9699	0.8416	0.6479	0.4481	0.2811	0.1608	0.0839	0.0398	0.0170	0.0065
	3	0.9958	0.9559	0.8535	0.6982	0.5213	0.3552	0.2205	0.1243	0.0632	0.0287
	4	0.9996	0.9908	0.9533	0.8702	0.7415	0.5842	0.4227	0.2793	0.1672	0.0898
	5	1.0000	0.9985	0.9885	0.9561	0.8883	0.7805	0.6405	0.4859	0.3373	0.2120
	6	1.0000	0.9998	0.9978	0.9884	0.9617	0.9067	0.8164	0.6925	0.5461	0.3953
	7	1.0000	1.0000	0.9997	0.9976	0.9897	0.9685	0.9247	0.8499	0.7414	0.6047
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9757	0.9417	0.8811	0.7880
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9940	0.9825	0.9574	0.9102
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9961	0.9886	0.9713
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9978	0.9935
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
15	0	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
	1	0.8290	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
	2	0.9638	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
	3	0.9945	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
	4	0.9994	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
	5	0.9999	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
	6	1.0000	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036
	7	1.0000	1.0000	0.9994	0.9958	0.9827	0.9500	0.8868	0.7869	0.6535	0.5000
	8	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9958	0.9848	0.9578	0.9050	0.8182	0.6964
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9876	0.9662	0.9231	0.8491
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9972	0.9907	0.9745	0.9408
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9937	0.9824
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9963
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0010	0.0003	0.0001	0.0000
	1	0.8108	0.5147	0.2839	0.1407	0.0635	0.0261	0.0098	0.0033	0.0010	0.0003
	2	0.9571	0.7892	0.5614	0.3518	0.1971	0.0994	0.0451	0.0183	0.0066	0.0021
	3	0.9930	0.9316	0.7899	0.5981	0.4050	0.2459	0.1339	0.0651	0.0281	0.0106
	4	0.9991	0.9830	0.9209	0.7982	0.6302	0.4499	0.2892	0.1666	0.0853	0.0384
	5	0.9999	0.9967	0.9765	0.9183	0.8103	0.6598	0.4900	0.3288	0.1976	0.1051
	6	1.0000	0.9995	0.9944	0.9733	0.9204	0.8247	0.6881	0.5272	0.3660	0.2272
	7	1.0000	0.9999	0.9989	0.9930	0.9729	0.9256	0.8406	0.7161	0.5629	0.4018
	8	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9925	0.9743	0.9329	0.8577	0.7441	0.5982
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9984	0.9929	0.9771	0.9417	0.8759	0.7728
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9938	0.9809	0.9514	0.8949
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9951	0.9851	0.9616
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9991	0.9965	0.9894
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9979
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Bin(n, p)$.

n	k	p 0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
17	0	0.4181	0.1668	0.0631	0.0225	0.0075	0.0023	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000
	1	0.7922	0.4818	0.2525	0.1182	0.0501	0.0193	0.0067	0.0021	0.0006	0.0001
	2	0.9497	0.7618	0.5198	0.3096	0.1637	0.0774	0.0327	0.0123	0.0041	0.0012
	3	0.9912	0.9174	0.7556	0.5489	0.3530	0.2019	0.1028	0.0464	0.0184	0.0064
	4	0.9988	0.9779	0.9013	0.7582	0.5739	0.3887	0.2348	0.1260	0.0596	0.0245
	5	0.9999	0.9953	0.9681	0.8943	0.7653	0.5968	0.4197	0.2639	0.1471	0.0717
	6	1.0000	0.9992	0.9917	0.9623	0.8929	0.7752	0.6188	0.4478	0.2902	0.1662
	7	1.0000	0.9999	0.9983	0.9891	0.9598	0.8954	0.7872	0.6405	0.4743	0.3145
	8	1.0000	1.0000	0.9997	0.9974	0.9876	0.9597	0.9006	0.8011	0.6626	0.5000
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9969	0.9873	0.9617	0.9081	0.8166	0.6855
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9968	0.9880	0.9652	0.9174	0.8338
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9970	0.9894	0.9699	0.9283
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9975	0.9914	0.9755
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9936
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9988
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
18	0	0.3972	0.1501	0.0536	0.0180	0.0056	0.0016	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000
	1	0.7735	0.4503	0.2241	0.0991	0.0395	0.0142	0.0046	0.0013	0.0003	0.0001
	2	0.9419	0.7338	0.4797	0.2713	0.1353	0.0600	0.0236	0.0082	0.0025	0.0007
	3	0.9891	0.9018	0.7202	0.5010	0.3057	0.1646	0.0783	0.0328	0.0120	0.0038
	4	0.9985	0.9718	0.8794	0.7164	0.5187	0.3327	0.1886	0.0942	0.0411	0.0154
	5	0.9998	0.9936	0.9581	0.8671	0.7175	0.5344	0.3550	0.2088	0.1077	0.0481
	6	1.0000	0.9988	0.9882	0.9487	0.8610	0.7217	0.5491	0.3743	0.2258	0.1189
	7	1.0000	0.9998	0.9973	0.9837	0.9431	0.8593	0.7283	0.5634	0.3915	0.2403
	8	1.0000	1.0000	0.9995	0.9957	0.9807	0.9404	0.8609	0.7368	0.5778	0.4073
	9	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9946	0.9790	0.9403	0.8653	0.7473	0.5927
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9939	0.9788	0.9424	0.8720	0.7597
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9986	0.9938	0.9797	0.9463	0.8811
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9986	0.9942	0.9817	0.9519
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9951	0.9846
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9962
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
19	0	0.3774	0.1351	0.0456	0.0144	0.0042	0.0011	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000
	1	0.7547	0.4203	0.1985	0.0829	0.0310	0.0104	0.0031	0.0008	0.0002	0.0000
	2	0.9335	0.7054	0.4413	0.2369	0.1113	0.0462	0.0170	0.0055	0.0015	0.0004
	3	0.9868	0.8850	0.6841	0.4551	0.2631	0.1332	0.0591	0.0230	0.0077	0.0022
	4	0.9980	0.9648	0.8556	0.6733	0.4654	0.2822	0.1500	0.0696	0.0280	0.0096
	5	0.9998	0.9914	0.9463	0.8369	0.6678	0.4739	0.2968	0.1629	0.0777	0.0318
	6	1.0000	0.9983	0.9837	0.9324	0.8251	0.6655	0.4812	0.3081	0.1727	0.0835
	7	1.0000	0.9997	0.9959	0.9767	0.9225	0.8180	0.6656	0.4878	0.3169	0.1796
	8	1.0000	1.0000	0.9992	0.9933	0.9713	0.9161	0.8145	0.6675	0.4940	0.3238
	9	1.0000	1.0000	0.9999	0.9984	0.9911	0.9674	0.9125	0.8139	0.6710	0.5000
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9977	0.9895	0.9653	0.9115	0.8159	0.6762
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9972	0.9886	0.9648	0.9129	0.8204
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9969	0.9884	0.9658	0.9165
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9969	0.9891	0.9682
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9972	0.9904
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9978
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996

6.7 Poissonfördelning

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Po(\mu)$.

k	μ = 0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

k	μ = 1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.6990	0.6626	0.6268	0.5918	0.5578	0.5249	0.4932	0.4628	0.4337	0.4060
2	0.9004	0.8795	0.8571	0.8335	0.8088	0.7834	0.7572	0.7306	0.7037	0.6767
3	0.9743	0.9662	0.9569	0.9463	0.9344	0.9212	0.9068	0.8913	0.8747	0.8571
4	0.9946	0.9923	0.9893	0.9857	0.9814	0.9763	0.9704	0.9636	0.9559	0.9473
5	0.9990	0.9985	0.9978	0.9968	0.9955	0.9940	0.9920	0.9896	0.9868	0.9834
6	0.9999	0.9997	0.9996	0.9994	0.9991	0.9987	0.9981	0.9974	0.9966	0.9955
7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9994	0.9992	0.9989
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

k	μ = 2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
0	0.1225	0.1108	0.1003	0.0907	0.0821	0.0743	0.0672	0.0608	0.0550	0.0498
1	0.3796	0.3546	0.3309	0.3084	0.2873	0.2674	0.2487	0.2311	0.2146	0.1991
2	0.6496	0.6227	0.5960	0.5697	0.5438	0.5184	0.4936	0.4695	0.4460	0.4232
3	0.8386	0.8194	0.7993	0.7787	0.7576	0.7360	0.7141	0.6919	0.6696	0.6472
4	0.9379	0.9275	0.9162	0.9041	0.8912	0.8774	0.8629	0.8477	0.8318	0.8153
5	0.9796	0.9751	0.9700	0.9643	0.9580	0.9510	0.9433	0.9349	0.9258	0.9161
6	0.9941	0.9925	0.9906	0.9884	0.9858	0.9828	0.9794	0.9756	0.9713	0.9665
7	0.9985	0.9980	0.9974	0.9967	0.9958	0.9947	0.9934	0.9919	0.9901	0.9881
8	0.9997	0.9995	0.9994	0.9991	0.9989	0.9985	0.9981	0.9976	0.9969	0.9962
9	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9995	0.9993	0.9991	0.9989
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9998	0.9997
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Po(\mu)$.

k	μ = 3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
0	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	0.0150	0.0123	0.0101	0.0082	0.0067
1	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074	0.0916	0.0780	0.0663	0.0563	0.0477	0.0404
2	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689	0.2381	0.2102	0.1851	0.1626	0.1425	0.1247
3	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735	0.4335	0.3954	0.3594	0.3257	0.2942	0.2650
4	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678	0.6288	0.5898	0.5512	0.5132	0.4763	0.4405
5	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156	0.7851	0.7531	0.7199	0.6858	0.6510	0.6160
6	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091	0.8893	0.8675	0.8436	0.8180	0.7908	0.7622
7	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599	0.9489	0.9361	0.9214	0.9049	0.8867	0.8666
8	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840	0.9786	0.9721	0.9642	0.9549	0.9442	0.9319
9	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942	0.9919	0.9889	0.9851	0.9805	0.9749	0.9682
10	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9972	0.9959	0.9943	0.9922	0.9896	0.9863
11	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9986	0.9980	0.9971	0.9960	0.9945
12	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9996	0.9993	0.9990	0.9986	0.9980
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999

k	μ = 5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5
0	0.0055	0.0045	0.0037	0.0030	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002
1	0.0342	0.0289	0.0244	0.0206	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019
2	0.1088	0.0948	0.0824	0.0715	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093
3	0.2381	0.2133	0.1906	0.1700	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301
4	0.4061	0.3733	0.3422	0.3127	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744
5	0.5809	0.5461	0.5119	0.4783	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496
6	0.7324	0.7017	0.6703	0.6384	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562
7	0.8449	0.8217	0.7970	0.7710	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856
8	0.9181	0.9027	0.8857	0.8672	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231
9	0.9603	0.9512	0.9409	0.9292	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530
10	0.9823	0.9775	0.9718	0.9651	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634
11	0.9927	0.9904	0.9875	0.9841	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487
12	0.9972	0.9962	0.9949	0.9932	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091
13	0.9990	0.9986	0.9980	0.9973	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486
14	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726
15	0.9999	0.9998	0.9998	0.9996	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862
16	1.0000	0.9999	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabell för $P(X \leq k)$ där $X \sim Po(\mu)$.

k	μ = 9.0	9.5	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0
0	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0012	0.0008	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0062	0.0042	0.0028	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0212	0.0149	0.0103	0.0049	0.0023	0.0011	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
4	0.0550	0.0403	0.0293	0.0151	0.0076	0.0037	0.0018	0.0009	0.0004	0.0002
5	0.1157	0.0885	0.0671	0.0375	0.0203	0.0107	0.0055	0.0028	0.0014	0.0007
6	0.2068	0.1649	0.1301	0.0786	0.0458	0.0259	0.0142	0.0076	0.0040	0.0021
7	0.3239	0.2687	0.2202	0.1432	0.0895	0.0540	0.0316	0.0180	0.0100	0.0054
8	0.4557	0.3918	0.3328	0.2320	0.1550	0.0998	0.0621	0.0374	0.0220	0.0126
9	0.5874	0.5218	0.4579	0.3405	0.2424	0.1658	0.1094	0.0699	0.0433	0.0261
10	0.7060	0.6453	0.5830	0.4599	0.3472	0.2517	0.1757	0.1185	0.0774	0.0491
11	0.8030	0.7520	0.6968	0.5793	0.4616	0.3532	0.2600	0.1848	0.1270	0.0847
12	0.8758	0.8364	0.7916	0.6887	0.5760	0.4631	0.3585	0.2676	0.1931	0.1350
13	0.9261	0.8981	0.8645	0.7813	0.6815	0.5730	0.4644	0.3632	0.2745	0.2009
14	0.9585	0.9400	0.9165	0.8540	0.7720	0.6751	0.5704	0.4657	0.3675	0.2808
15	0.9780	0.9665	0.9513	0.9074	0.8444	0.7636	0.6694	0.5681	0.4667	0.3715
16	0.9889	0.9823	0.9730	0.9441	0.8987	0.8355	0.7559	0.6641	0.5660	0.4677
17	0.9947	0.9911	0.9857	0.9678	0.9370	0.8905	0.8272	0.7489	0.6593	0.5640
18	0.9976	0.9957	0.9928	0.9823	0.9626	0.9302	0.8826	0.8195	0.7423	0.6550
19	0.9989	0.9980	0.9965	0.9907	0.9787	0.9573	0.9235	0.8752	0.8122	0.7363
20	0.9996	0.9991	0.9984	0.9953	0.9884	0.9750	0.9521	0.9170	0.8682	0.8055
21	0.9998	0.9996	0.9993	0.9977	0.9939	0.9859	0.9712	0.9469	0.9108	0.8615
22	0.9999	0.9999	0.9997	0.9990	0.9970	0.9924	0.9833	0.9673	0.9418	0.9047
23	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9985	0.9960	0.9907	0.9805	0.9633	0.9367
24	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9980	0.9950	0.9888	0.9777	0.9594
25	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9974	0.9938	0.9869	0.9748
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9967	0.9925	0.9848
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9983	0.9959	0.9912
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9978	0.9950
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9989	0.9973
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000