

# TANA23 Matematiska algoritmer och modeller

## Vinjett 1. Exponentialfunktionen

Exponentialfunktionen har ett flertal tillämpningar inom matematiken. Ett exempel är lösningen till en ordinär differentialekvation,

$$y'(x) + \alpha y(x) = 0, \quad y(0) = 1,$$

som kan uttryckas med hjälp av exponentialfunktionen. Det är därför viktigt att kunna beräkna exponentialfunktionen snabbt och effektivt.

För att hitta bra sätt att beräkna exponentialfunktionen behöver vi först bestämma vilken *definition* vi skall använda. Alltså hur är exponentialfunktionen definierad? En bra definition bör vara användbar. Vi behöver även lista kända egenskaper som kan vara bra att använda för att förenkla problemet.

Även om vi främst är intresserade av att beräkna den naturliga exponentialfunktionen  $e^x$  kan det vara bra att även implementera beräkning av  $2^x$ . Detta eftersom datorn räknar med binära tal. Hur kan  $2^x$  implementeras givet att vi har en funktion för att beräkna  $e^x$ ? Eller är det enklare att först implementera  $2^x$ ?

Kan vi reducera problemet att beräkna exponentialfunktionen till att enbart betrakta  $x$  värden på ett mindre intervall, som exempelvis  $[0, 1]$  eller  $[0, e]$ ?

Föreslå en metod för att beräkna exponentialfunktionen. Metoden skall kunna implementeras i exempelvis Python och skall vara effektiv. Helst skall metoden vara förutsägbar när det gäller tidsåtgång. Det skall ta lika lång tid att utföra beräkningen oberoende av vilket argument  $x$  som anges.