

TANA23 Matematiska algoritmer och modeller

Vinjett 2b. Interpolation för LED TV

En LED TV visar en bild genom att diskreta bildpunkter på en skärm ljussätts. Bildpunkterna är ordnade i ett ekvidistant rutnät vilket innebär att anståndet mellan bildpunkterna är konstant (kallas här h). Allt som skall visas på TV skärmen måste ha precis samma upplösning som detta fysiska rutnät. Eftersom signalkällor kan ha väldigt varierande upplösning måste vi interpolera. Eftersom varje bildruta måste interpoleras behöver metoden vi väljer vara väldigt snabb.

Interpolationsproblemet kan beskrivas på följande sätt. Skärmen är en rektangel $[0, a] \times [0, b]$. Rutnätet med de fysiska gridpunkterna betecknas $\{(x_i, y_j)\}$, där $1 \leq i \leq N$ och $1 \leq j \leq M$. Målet är att hitta en funktion $f(x, y)$ som beskriver precis vad som skall synas i varje bildpunkt. Det betyder mer konkret att funktionsvärdet $f(x_i, y_j)$ kommer att bestämmas med vilken intensitet den lilla lysdioden som finns vid bildpunkt (x_i, y_j) skall lysa.

Funktionen $f(x, y)$ skall byggas upp med hjälp av signalkällan. Signalkällan är given på precis samma sätt. Vi har ett antal gridpunkter, ordnade i ett rutnät, $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)$ där vi känner funktionsvärdet $f(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)$. Även detta rutnät är ekvidistant (men med en annan stäglängd k än det fysiska nätet).

Eftersom interpolationsmetoden måste vara enkel och snabb väljer man i praktiken att använda polynom interpolation. Oftast med polynom av grad $n = 1$ eller $n = 3$. Polynomuttryck som är *linjära* i två variabler kallas *bilinjära*. På liknande sätt finns det *bikubiska* funktioner.

När det gäller bilinjär interpolation finns följande frågor: Hur ser bilinjära polynom ut? Hur många interpolationsvillkor behövs för att entydigt bestämma ett bilinjärt polynom? Beskriv även hur bilinjär interpolation (i variablerna x och y) kan utföras genom att man använder $1D$ linjär interpolation två gånger (först i x - och sedan i y -variabeln).

Besvara även samma frågor för fallet bikubisk interpolation.