

- Variabler, Aritmetriska operationer. Prioritet.
- Vektorer och Matriser. Att skapa och sätta samman matriser.
- Index.
- Vektorer och Elementvisa operationer. Summor och Medelvärden.
- Enkel grafik i två dimensioner.
- Enkla utskrifter med `disp`.

Exempel Beräkna uttrycket

$$y = \frac{1 + e^{1+x}}{1 + \sqrt{3}}$$

I Matlab

```
>> y = ( 1+exp(1+x) ) / ( 1+sqrt(3) );
```

Används `;` fås ingen utskrift av beräkningsresultatet. Istället `disp(y)`.

I Matlab skapas en variabel genom att man anger dess namn och ger den ett värde:

```
>> x=3.67
```

```
x =  
3.6700
```

Variabeln kan sedan användas i beräkningar

```
>> y=log(1+x)/sin(x)
```

```
y =  
-3.0569
```

Variabelnamn Tillåtna tecken är bokstäver, siffror, och `_`.
Måste börja med en bokstav. MATLAB skiljer på stora och små bokstäver.

Exempel Variablerna `i, j, k, n, m` innehåller heltalsvärden medans variablerna `x, y, z` innehåller reella värden.

Tips Bra valda variabelnamn gör program lätta att förstå! Ofta bra med långa beskrivande namn. Exempel är `InreRadie` istället för `r`.

Aritmetiska operationer och standardfunktioner

I MATLAB finns de aritmetiska operationerna
+ - * / \ och ^ definierade.

Exempel Vad blir resultatet då följande uttryck beräknas:

```
>> x=2.0; y=-1.2;  
>> z=x+y-3*x^2;
```

För att kunna tolka uttryck behöver vi känna till
prioritetsordningen.

Först ^, sedan * \ / och sist + -. Vid lika prioritet
beräknas uttryck från vänster till höger.

19 augusti 2022 Sida 5 / 38

I MATLAB finns ett flertal standardfunktioner
implementerade. Till exempel finns sqrt, sin, cos,
exp, log, atan,...

Exempel Beräkna π genom

```
>> Pi = 4*atan(1)  
Pi =  
3.1416
```

För att se flera decimaler kan man ändra utskriftsformat:

```
>> format long, Pi , format short  
Pi =  
3.141592653589793
```

19 augusti 2022 Sida 7 / 38

Exempel Vad blir värdet av

```
>> x=3.0; y=1/2*x^2/3*2
```

För att förtydliga hur uttrycket skall beräknas man
parenteser användas.

19 augusti 2022 Sida 6 / 38

Funktionen abs beräknar *absolut beloppet* av ett tal.

Exempel Låt $x = 10^{-5}$ och beräkna

$$y_1 = \frac{1 - \cos(x)}{\sin^2(x)}, \quad \text{och} \quad y_2 = \frac{1}{1 + \cos(x)}.$$

Verifiera att bägge uttrycken ger samma värde. I Matlab

```
>> x=10^-5; y1=(1-cos(x))/sin(x)^2;  
>> y2=1/(1+cos(x))  
y2 =  
0.5000  
>> abs(y1 - y2)  
ans =  
4.1374e-08
```

Oftast gör beräkningsfel att två tal ej blir exakt lika.

19 augusti 2022 Sida 8 / 38

Exempel En 2×3 matris innehåller värdena

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

I Matlab skapas matrisen med kommandot

```
>> A = [ 1 , 3 , 7 ; 4 -2 1 ];
```

Tecknet ; betyder ny rad och , nytt element. Behöver ej , annat än för tydlighet.

Att skapa matriser

Funktionerna `zeros`, `ones`, och `rand` kan användas för att skapa matriser fylla med nollor, ettor, eller slumpstal.

Exempel Skapa en 2×5 matris med ettor. I MATLAB skriver vi

```
>> A=ones( 2 , 5)
A =
    1     1     1     1     1
    1     1     1     1     1
```

Exempel Skapa en radvektor med fem slumpstal mellan noll och ett.

```
>> x=rand( 1 , 5)
x =
    0.8147    0.9058    0.1270    0.9134    0.6324
```

På samma sätt skapas en 1×3 vektor

```
>> x = [ 1 2 4 ];
```

eller en 3×1 vektor

```
>> y = [ 1 ; 2 ; 4 ];
```

Operationen ' betyder transponat av en matris eller vektor.

Vi får alltså att

```
>> x - y'
ans =
     0     0     0
```

Funktionen `size` talar om hur stor en matris är. För vektorer finns `length`.

Exempel Skapa en matris och beräkna dess storlek

```
>> A = [ 1 2 3 4 5 ; ones(2,5) ; 3 -1 3 -1 3];
A =
     1     2     3     4     5
     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1
     3    -1     3    -1     3
>> [n,m]=size(A)
```

ger $n = 4$ och $m = 5$.

Vektorer

Exempel Skapa en vektor som innehåller heltalen 1, 2, ..., 10, genom att skriva

```
>> x = 1:10
x =
    1     2     3     4     5     6     7     8     9    10
```

Detta kallas *kolon-notation*. Resultatet blir alltid en *rad*-vektor.

Vi kan skapa en vektor genom att ange *startvärde*, *steg*, och *slutvärde* genom:

```
>> x = start:steg:slut ;
```

Funktionen `linspace` skapar en vektor med jämt utspridda tal på ett givet intervall.

Exempel Skapa 50 jämt utspridda tal på intervallet $2 \leq x \leq 5$ genom att skriva

```
>> x = linspace( 2 , 5 , 50 );
```

Exempel Skapa en vektor som innehåller talen 0, 0.2, 0.4, ..., 1.0.

Exempel Skapa en vektor med jämt utspridda värden i intervallet $1 \leq x \leq 4$ genom att skriva

```
>> x = 1:0.01:4;
```

Detta ger en vektor med `length(x)=301`.

Vill vi istället ha en kolumn-vektor måste vi använda transponat

```
>> x = (1:0.01:4)';
```

Exempel Skapa en vektor med $N = 150$ jämnt utspridda tal i intervallet $1 \leq x \leq 4$.

Matriselement och Index

För att manipulera enskilda element i en matris anger man dess *index*.

Exempel Antag att vi har en 2×3 matris A . Elementet a_{23} skrivs ut till skärmen genom:

```
>> A = [ 1 2 3 ; 2 3 4 ];
>> disp( A(2,3) )
```

Man kan ändra elementet a_{12} genom att skriva

```
>> A(1,2)=5;
```

Exempel Fibonacci talföljden definieras som $F_1 = F_2 = 1$ och $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ för $n = 3, 4, \dots$

Bilda en vektor F som innehåller de första 5 st Fibonacci talen

```
>> F=[1 1];
>> F(3)=F(2)+F(1);           % n=3
>> F(4)=F(3)+F(2);           % n=4
>> F(5)=F(4)+F(3);           % n=5
F =
    1     1     2     3     5
```

Kommentar Detta är inte särskilt effektivt. Vektorn F utökas med ett element vid varje beräkning. Enklare med en `for`-loop.

För att skriva ut en hel rad används `:` notation

```
>> disp( A(2, :) )
```

Hela rader eller kolumner kan även ingå i tilldelningssatser. Skriv

```
>> [n,m]=size(A);
>> A(2,:) = ones(1,m);
```

så byts hela raden ut mot ettor. Dimensionerna måste stämma.

Exempel Addera första raden i en matris till den tredje raden.

Exempel Vi kan titta på flera index samtidigt i en vektor. I Matlab

```
>> x = [ 1 2 3 4 5 6 ];
>> y = x( [1 5 2] )
y =
     1     5     2
```

Vi får alltså en vektor $y = (x_1, x_5, x_2)$. Detta är ofta användbart.

Exempel Låt A vara en matris. Vi vill byta plats på raderna med index 2 och 3.

I Matlab

```
>> A = [ 1 3 -2 ; 0 2 3 ; 4 -1 5]
A =
     1     3    -2
     0     2     3
     4    -1     5
>> A([2 3], :) = A([3 2], :)
A =
     1     3    -2
     4    -1     5
     0     2     3
```

Räkna med matriser eller vektorer

Exempel Vi skapar två matriser A och B och beräknar en matris produkt

```
>> A = rand(5,3);  
>> B = ones(4,5);  
>> C = B*A;  
>> [n,m]=size(C)
```

ger $n = 4$ och $m = 3$.

Hur räkneoperationer mellan matriser och vektorer definieras ingår i Linjär algebran.

19 augusti 2022 Sida 21/38

Operationer på Vektorer

Funktionen `sum` beräknar summan av elementen i en vektor.

Exempel Summan

$$S = \sum_{k=1}^{100} \frac{k}{1+k^2},$$

beräknas i Matlab med

```
>> N = 100; k = 1:N;  
>> S = sum( k./(1+k.^2) )  
S =  
4.5156
```

Kommentar Vi väljer variabel namn, dvs k och S , som stämmer överens med den matematiska formuleringen av uppgiften.

19 augusti 2022 Sida 23/38

Elementvisa räkneoperationer

Ofta vill man utföra beräkningar elementvis. Använd då `+`, `-`, `.*`, `./`, och `.^`

Exempel kommandona

```
>> x = 0:0.1:1;  
>> y = (1+exp(x))./(1+x.^2);
```

skapar en vektor $y \in \mathbb{R}^{11}$ med exempelvis $x(3) = 0.2000$ och

$$y(3) = 2.1360 \quad \frac{1 + e^{0.2}}{1 + 0.2^2} \approx 2.1360.$$

Standardfunktioner som `sin`, `cos`, etc utförs elementvis!

19 augusti 2022 Sida 22/38

Exempel Vi vet att

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

och att $\arctan(\sqrt{2} - 1) = \pi/8$.

Tag med de första $N = 100$ termerna i summan och utnyttja detta för att beräkna en approximation av π .

19 augusti 2022 Sida 24/38

Funktionen `mean` beräknar medelvärdet av elementen i en vektor.

Exempel I statistik definieras standard avvikelsen som

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2, \quad m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Skapa en vektor med $n = 100$ likformigt fördelade slumpstal på intervallet $[0, 1]$ och beräkna dess standardavvikelse.

Kommentar Standardavvikelsen kan även beräknas med funktionen `std`.

Exempel Rita upp en triangel med hörn i punkterna $(0, 1)^T$, $(2, 2)^T$ och $(3, 0)^T$.

I Matlab skriver vi

```
>> x=[0 2 3 0];y=[1 2 0 1];
>> plot( x , y , 'b-' , x , y , 'r+' );
```

ger blåa linjer med röda plus i hörnen.

Grafik i 2D

För att rita kurvor i 2D finns kommandot `plot`. Skriver vi

```
>> plot( x , y )
```

så skapas en figur och punkterna (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) sammanbinds med rätta linjer.

Exempel Skriv

```
>> x = [ 1 2 4 5]; y = [ 3 2 2 4];
>> plot( x , y );
```

Punkterna (x_k, y_k) sammanbinds med rätta linjer. Linjetyp kan anges

```
>> plot( x , y , 'r--' );
```

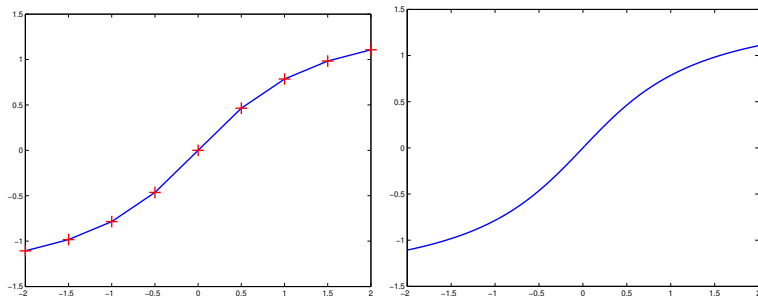
ger röd streckad linje. Se `help plot`.

Exempel Rita en graf över funktionen $y = \arctan(x)$ på intervallet $-2 < x < 2$.

I Matlab skriver vi:

```
>> x = -2:0.5:2;
>> y = atan(x);
>> plot( x,y,'b-',x,y,'r+' );
```

Kommentar När vi skall skriva flera kommandon som tillsammans för att lösa en uppgift är det praktiskt att använda Matlabs editor. Skapa en fil med de kommandon du behöver och kopiera dem till kommandofönstret för att se resultatet.



För att få en “jämnare” kurva måste vi välja fler punkter (x_k, y_k) .

Till vänster samma kurva med med $x=-2:0.01:2$.

Exempel Rita en graf över funktionen $y = \cos(x)/(1 + x^2)$ på intervallet $0 < x < 1$.

I Matlab skriver vi

```
>> x = 0:0.05:1;
>> y = cos(x) ./ (1+x.^2);
>> plot(x,y);
```

Observera att elementvis `./` och `.^` måste användas. Vi kan namnge koordinataxlarna med

```
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
```

Efter att en graf ritats upp kan vi lägga till en titel och namnge koordinataxlarna med hjälp av `title`, `xlabel` och `ylabel`.

Exempel Efter att grafen $f(x) = \arctan(x)$ har ritats upp skriver vi

```
>> xlabel('x')
>> ylabel('y=arctan(x)')
>> title('Funktionskurvan y=f(x)')
```

För att det skall se bra ut i tryck måste man ofta anpassa textstorleken. Exempel

```
>> xlabel('x', 'FontSize', 14)
```

Kommentar Tecknet `'` betyder start, respektive slut, på en textsträng. Texthantering återkommer senare.

För att rensa grafik fönstret används `clf`. Vill man rita flera kurvor i samma fönster används `hold on`. Avsluta med `hold off`.

Exempel Rita två funktionskurvor i samma figur med

```
>> clf
>> plot(x, cos(x), 'r')
>> hold on
>> plot(x, sin(x).^2, 'b--')
>> hold off
```

Kommentar Plottning i MATLAB är svårt. Läs hjälptexten för `plot`, `axis`, och `print`.

Vill man skriva ut en figur skall kommandot `print` användas. Man väljer då ett format och ett filnamn.

Exempel Skriver man

```
>> print -depsc bild.eps
```

Skrivs bilden ut i formatet postscript till en fil med namnet `bild.eps`. Skriver man istället

```
>> print -djpeg bild.jpg
```

så fås en bild i jpeg format. See help `print`.

Exempel En text sträng kan ses som en radvektor där varje element är ett tecken. Vi kan sätta sammamn strängar på samma sätt som vanliga vektorer.

I Matlab

```
>> str1='Jag heter ' ;
>> str2='Fredrik' ;
>> str = [ str1 , str2 ]
str =
    Jag heter Fredrik
>> disp( str );
    Jag heter Fredrik
```

Funktionen `disp` gör utskrifter till skärmen.

Exempel Vi har beräknat ett funktionsvärde $y(x)$ och vill skriva ut värdet. I Matlab

```
>> x = 3; y = exp(-2*x);
>> disp( y );
    0.0025
```

Vi kan även skriva ut korta texter. Skriv

```
>> disp( 'Vi har beräknat y(x)' );
    Vi har beräknat y(x)
```

Tecknet `'` kallas *sträng parentes* och används för att påbörja respektive avsluta text.

En funktion `num2str` omvandlar siffer värden till text. Då kan vi kombinera text med beräknade värden i utskrifterna.

Exempel Vi har beräknat ett heltal k och vill göra en utskrift av typen

```
Vi har k=3
```

Detta åstadkoms med Matlab raden

```
>> disp( [ 'Vi har k=', num2str(k) ] )
```

Exempel Vi vill använda Matlab för att skriva ut texten

```
sin(2.3)=0.7457
```

Hur skall vi göra?

Det som skall göras nu är

- Läs igenom föreläsninganteckningarna och testa exempel i Matlab.
- Gör inlämningsuppgifterna och skicka Matlab kod via epost till `fredrik.berntsson@liu.se`.

Inlämningsuppgifterna kan göras i grupper om två eller enskilt.