Låt $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$ och

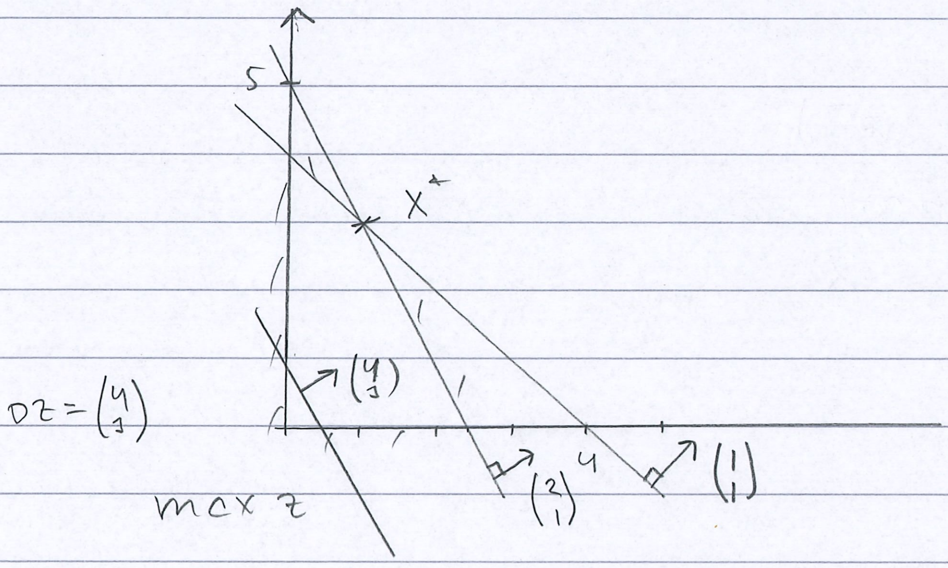
$$z^*(b_1,b_2) = \max z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{då} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq b_1 & (1) \\ 2x_1 + x_2 \leq b_2 & (2) \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Beräkna $\dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_1}$ och $\dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_2}$.

De två derivatorna ges av den optimala duallösningen!

Lös problemet för $b_1 = 4$ och $b_2 = 5$.



Likhet i (1) och (2) $\Rightarrow \begin{cases} x_1^* + x_2^* = 4 \\ 2x_1^* + x_2^* = 5 \end{cases} \Rightarrow x^* = \binom{1}{3}.$

Om problemet

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

slackvariabler

$$\text{då} \begin{cases} x_1 + x_2 + s_1 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 = 5 \\ x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0 \end{cases}$$

Lösts med simplexmetoden så hade alltså $x_B^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

Dualt optimum: $y^T = c_B^T B^{-1} = \underset{x_1 \quad x_2}{(4,3)} \underset{x_1 \quad x_2}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}}^{-1} =$

$$= (4,3) \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = (2,1)$$

Alltså: $\dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_1} = y_1^* = 2 \qquad \dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_2} = y_2^* = 1.$

[Obs: för b_1 och b_2 nära $b_1 = 4$ och

$b_2 = 5$ gäller $z^*(b_1, b_2) = \underbrace{b_1 y_1^* + b_2 y_2^*}_{\text{dualt optimalt målfunktionsvärde!}} =$

$= 2b_1 + b_2$

$\Rightarrow \dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_1} = 2$ och $\dfrac{\partial z^*(4,5)}{\partial b_2} = 1.$]