Exempel: produktionsproblem.

Ett företag tillverkar fyra produkter som ger olika vinst och som kräver olika mycket av två råvaror, A och B.

Enheter råvaruförbrukning och vinst per tillverkad enhet av de fyra produkterna:

produkt	A	B	vinst
1	10	2	100
2	12	4	150
3	25	8	200
4	20	12	400

Det finns 5000 enheter av resurs A och 1500 enheter av resurs B.

Företaget vill maximera vinsten.

Variabler? Låt x_j = antal tillverkade enheter av produkt j, för $j = 1, 2, 3, 4$.

Målfunktion? Låt z = total vinst.
Maximera $z = 100x_1 + 150x_2 + 200x_3 + 400x_4$.

Bivillkor? A: $10x_1 + 12x_2 + 25x_3 + 20x_4 \leq 5000$
B: $2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 12x_4 \leq 1500$
definition: $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Optimeringsmodell:

$$\max z = 100x_1 + 150x_2 + 200x_3 + 400x_4$$
$$\text{då } 10x_1 + 12x_2 + 25x_3 + 20x_4 \leq 5000$$
$$2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 12x_4 \leq 1500$$
$$x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4 \geq 0$$

Alla funktioner är linjära. Alla variabler är kontinuerliga. Kallas ett linjärt optimeringsproblem.

[Om produkterna inte är delbara: $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ och heltal. Ger ett linjärt heltalsproblem.]

Problemet skrivet på matris-vektor-form:

$$\max z = (100, 150, 200, 400)x$$
$$\text{då } \begin{pmatrix} 10 & 12 & 25 & 20 \\ 2 & 4 & 8 & 12 \end{pmatrix} x \leq \begin{pmatrix} 5000 \\ 1500 \end{pmatrix}$$
$$x \geq 0$$

där $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$.

%

Generellt: $\max z = c^T x$

då $Ax \leq b$

$x \geq 0$

Även:
- minimering
- villkor av typen = eller ≥

Exempel: transportproblem.

Givet:

m lager, indexerade med i

n kunder, indexerade med j

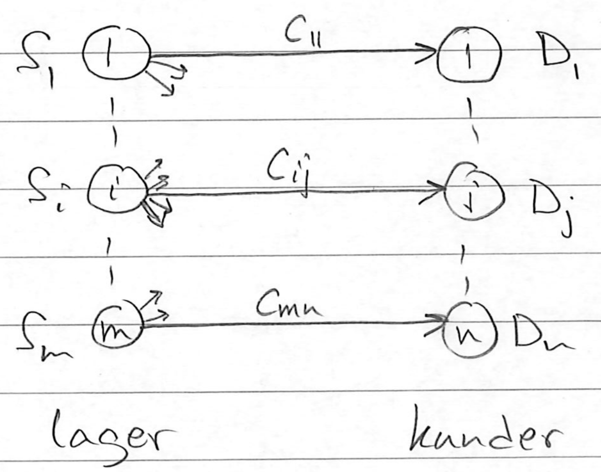
S_i = tillgång av en vara vid lager i, $i=1,\dots,m$

D_j = efterfrågan av varan vid kund j, $j=1,\dots,n$

c_{ij} = transportkostnad per enhet från lager i till kund j, $i=1,\dots,m$, $j=1,\dots,n$

Antag: $\sum_{j=1}^{n} D_j \le \sum_{i=1}^{m} S_i$

Sökt: transporter som uppfyller kundernas efterfrågan, inte överskrider tillgången vid något lager, samt minimerar den totala transportkostnaden.



geografisk placering oviktig!

Variabler?

Låt x_{ij} = transportvolym från lager i till kund j, $i=1,\dots,m$, $j=1,\dots,n$.

Målfunktion? Låt z = total transportkostnad.

$$\text{minimera } z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

Bivillkor?

tillgång: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le S_i \,, \quad i=1,\dots,m$

efterfrågan: $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j \,, \quad j=1,\dots,n$

definition: $x_{ij} \ge 0 \,, \quad i=1,\dots,m \,, \quad j=1,\dots,n$

Optimeringsmodell:

$$\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

då $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le S_i \,, \quad i=1,\dots,m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j \,, \quad j=1,\dots,n$

$x_{ij} \ge 0 \,, \quad i=1,\dots,m \,, \quad j=1,\dots,n$

Ett linjärt optimeringsproblem!

Exempel på <u>nätverksproblem</u>.

Storlek? 10 lager, 100 kunder $\Rightarrow$ 1000 variabler, 110 bivillkor

$$\left.\begin{array}{l}\text{10 lager} \\ \text{100 kunder}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{1000 variabler} \\ \text{110 bivillkor}\end{array}\right.$$

($x_{ij} \ge 0$ kan hanteras <u>implicit</u> och räknas inte.)

Användning av optimeringsmetodik