

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examiner: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st
 - ▶ Lektioner 7 st

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st
 - ▶ Lektioner 7 st
 - ▶ Laborationer 5 st

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st
 - ▶ Lektioner 7 st
 - ▶ Laborationer 5 st
- Examination:

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st
 - ▶ Lektioner 7 st
 - ▶ Laborationer 5 st
- Examination:
 - ▶ Skriftlig tenta

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
 - ▶ kaj.holmberg@liu.se
 - ▶ <http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33>
- Lärare:
 - ▶ Föreläsningar: Kaj Holmberg
 - ▶ Lektioner, labbar: William Lövfors
- Litteratur:
 - ▶ Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
 - ▶ Föreläsningar 8 st
 - ▶ Lektioner 7 st
 - ▶ Laborationer 5 st
- Examination:
 - ▶ Skriftlig tenta
 - ▶ Laborationer, redovisas skriftligt, ej obligatorisk närvaro

Optimering

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda [algoritmer](#).
- Fanns ej utan datorer.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda [algoritmer](#).
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda [algoritmer](#).
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:
 - ▶ Konstruera relevant modell.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:
 - ▶ Konstruera relevant modell.
 - ★ Ta med relevanta saker (t.ex. kostnader, fysik, miljö).

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:
 - ▶ Konstruera relevant modell.
 - ★ Ta med relevanta saker (t.ex. kostnader, fysik, miljö).
 - ▶ Lösa modellen.

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:
 - ▶ Konstruera relevant modell.
 - ★ Ta med relevanta saker (t.ex. kostnader, fysik, miljö).
 - ▶ Lösa modellen.
 - ★ Välja/använda lämplig metod.

Optimering

När inte intuitionen räcker till...

- Matematisk bas.
- Löser verkliga problem.
- Använder speciellt utvalda **algoritmer**.
- Fanns ej utan datorer.
- Kräver kompetens/kunskaper från flera olika områden.
- Två specifika svårigheter:
 - ▶ Konstruera relevant modell.
 - ★ Ta med relevanta saker (t.ex. kostnader, fysik, miljö).
 - ▶ Lösa modellen.
 - ★ Välja/använda lämplig metod.
- Intressant blandning av teori (lätt) och verklighet (svårt).

Lågsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.

Lågsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.

Långaiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.

Långaiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.
- (Räkna för hand.)

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.
- (Räkna för hand.)

När (inte om) ni stöter på ett optimeringsproblem, ska ni kunna angripa det med optimeringsteknik.

Vad är optimering?

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa** möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa** möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa** möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“**Möjliga**” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“**Möjliga**” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Kallas “bivillkor”.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“**Möjliga**” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“**Bästa**” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“**Möjliga**” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Målfunktion och bivillkor måste definieras exakt/matematiskt.

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“Bästa” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“Möjliga” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Målfunktion och bivillkor måste definieras exakt/matematiskt.

Obs: benämningen “optimalt” saknar betydelse om man inte har/känner till modellen, dvs. målfunktion och bivillkor!

Vad är optimering?

Konsten att göra på **bästa möjliga** sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“Bästa” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera).

Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“Möjliga” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet.

Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Målfunktion och bivillkor måste definieras exakt/matematiskt.

Obs: benämningen “optimalt” saknar betydelse om man inte har/känner till modellen, dvs. målfunktion och bivillkor!

Detta gäller även media, politiker m.fl.

Hur kan man misslyckas?

Hur kan man misslyckas?

- 1 Lös problemet felaktigt,

Hur kan man misslyckas?

- 1 Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

Hur kan man misslyckas?

- 1 Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- 2 Lös fel problem,

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- ❸ Både 1 och 2,

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- ❸ Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- ❸ Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Dålig modell och metod.

Hur kan man misslyckas?

- 1 Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- 2 Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- 3 Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Dålig modell och metod.

2 är vanligast.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- ❸ Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Dålig modell och metod.

2 är vanligast.

3 kan vara bättre än 2.

Hur kan man misslyckas?

- ❶ Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Dålig metod.

- ❷ Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Dålig modell.

- ❸ Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Dålig modell och metod.

2 är vanligast.

3 kan vara bättre än 2.

Optimering är ett bra sätt att hitta fel i en modell.

Lösningen blir knäpp om man har glömt något viktigt bivillkor.

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
 - ▶ Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
 - ▶ Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
 - ▶ Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
 - ▶ Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
 - ▶ Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
 - ▶ Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)

Optimering

- Optimus: “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
 - ▶ Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
 - ▶ Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
 - ▶ Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)
 - ▶ Kombinatorisk optimering: Räkna upp kombinationer

Optimering

- **Optimus:** “Bäst” (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \dots, m$
 - ▶ x kallas **variabler**.
 - ▶ $f(x)$ kallas **målfunktion**.
 - ▶ $g_i(x) \leq b_i$ kallas **bivillkor**.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
 - ▶ Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
 - ▶ Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
 - ▶ Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
 - ▶ Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)
 - ▶ Kombinatorisk optimering: Räkna upp kombinationer
- **Programmering:** (grekiska: pro + gramma = föreskrift, planering)

Hur man använder optimering: Operationanalys

- 1 **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?

Hur man använder optimering: Operationanalys

- 1 **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
- 2 **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera **variabler**, **målfunktion** samt **bivillkor**. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?

Hur man använder optimering: Operationanalys

- 1 **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
- 2 **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera **variabler**, **målfunktion** samt **bivillkor**. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
- 3 **Insamling av data.**

Hur man använder optimering: Operationanalys

- ① **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
- ② **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera **variabler**, **målfunktion** samt **bivillkor**. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
- ③ **Insamling av data.**
- ④ **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig **optimeringsmetod**.

Hur man använder optimering: Operationanalys

- 1 **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
- 2 **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera **variabler**, **målfunktion** samt **bivillkor**. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
- 3 **Insamling av data.**
- 4 **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig **optimeringsmetod**.
- 5 **Utvärdering av resultat (och modell).** Är resultatet realistiskt, lämpligt, vettigt, "bra"? Om inte, gå till 2.

Hur man använder optimering: Operationanalys

- 1 **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
- 2 **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera **variabler**, **målfunktion** samt **bivillkor**. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
- 3 **Insamling av data.**
- 4 **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig **optimeringsmetod**.
- 5 **Utvärdering av resultat (och modell).** Är resultatet realistiskt, lämpligt, vettigt, "bra"? Om inte, gå till 2.
- 6 **Använd resultatet.**

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara **lösbar**, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara **lösbar**, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- **Data** (koefficienter) ska kunna tas fram.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara **lösbar**, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- **Data** (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De **förenklingar** man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara **lösbar**, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- **Data** (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De **förenklingar** man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.
- Undvik onödiga komplikationer, såsom olinjäriteter.

Mål när man gör modellen

- Få med allt **relevant**, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är **irrelevant**, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara **korrekt**, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara **lösbar**, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- **Data** (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De **förenklingar** man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.
- Undvik onödiga komplikationer, såsom olinjäriteter.
- Välj målfunktion.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så **effektivt** som möjligt.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så **effektivt** som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är **stora**.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så **effektivt** som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är **stora**.
- En dålig metod kan ta **lång** tid.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så **effektivt** som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är **stora**.
- En dålig metod kan ta **lång** tid.
- En smart implementering är ej tillräckligt.

Exempel på välkända optimeringsproblem

Rundtur till 49 städer

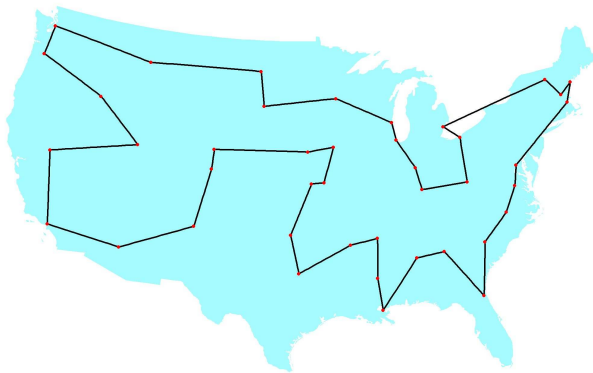


Bild: <http://www.tsp.gatech.edu>

Handelsresandetur

Rundtur till 532 städer

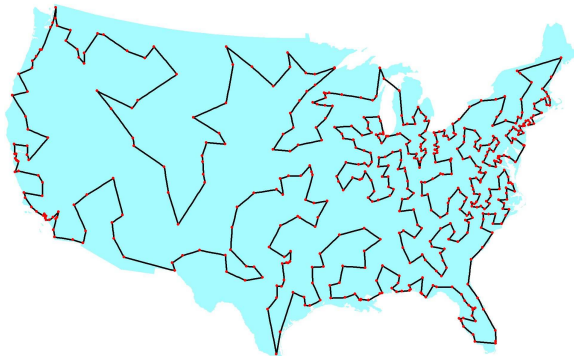
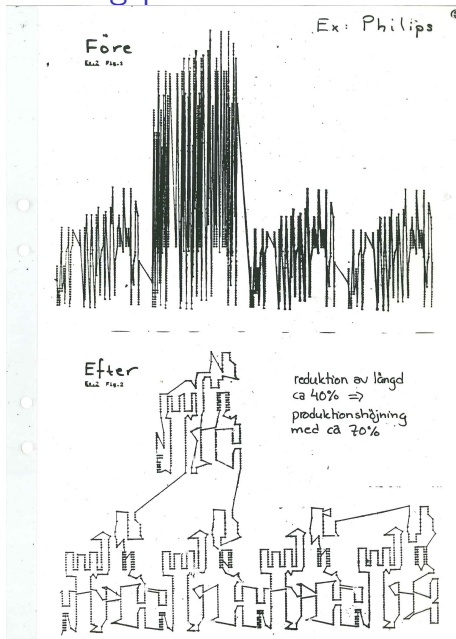
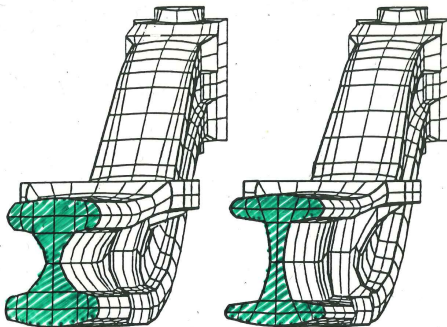


Bild: <http://www.tsp.gatech.edu>

Exempel på optimeringsproblem



Balk i lastbil



Original (left) and optimized beam (right)

Vad är detta?

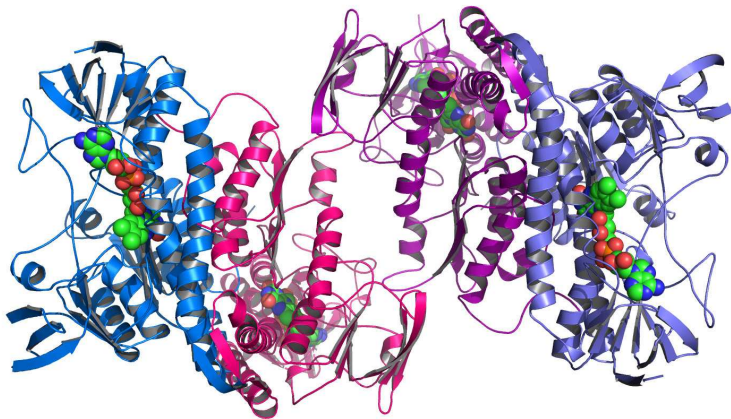


Bild: Argonne National Laboratory

Vad är detta?

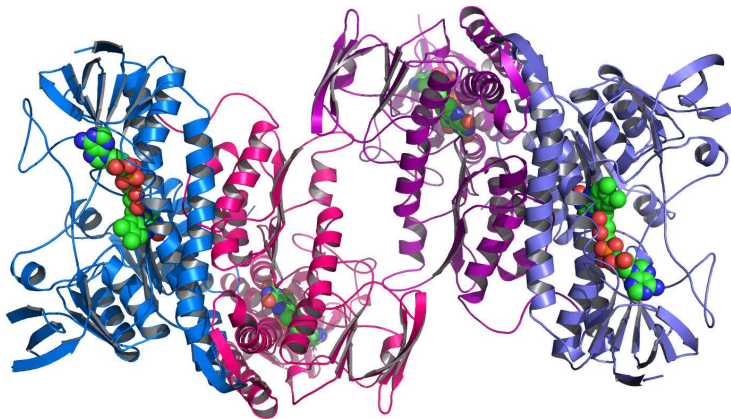


Bild: Argonne National Laboratory

Proteinveckning

Minimera lägesenergin

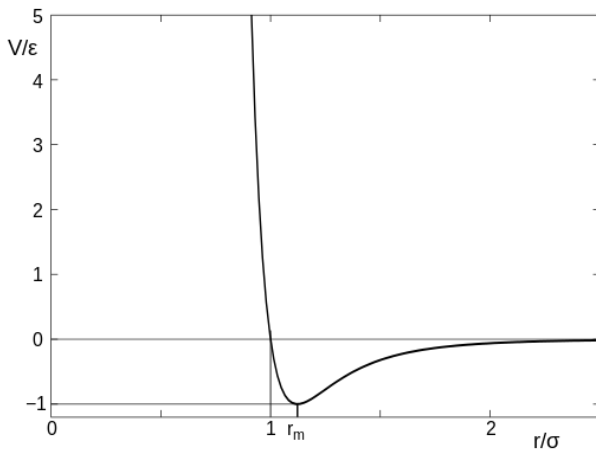


Bild: Wikipedia

Proteinveckning kan bli fel

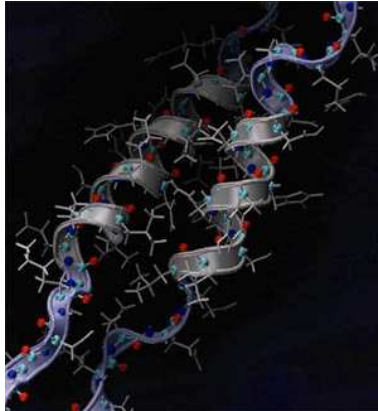


Bild: Prof Buehler, MIT

Proteinveckning kan bli fel

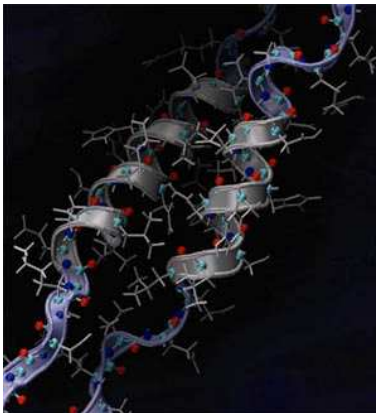


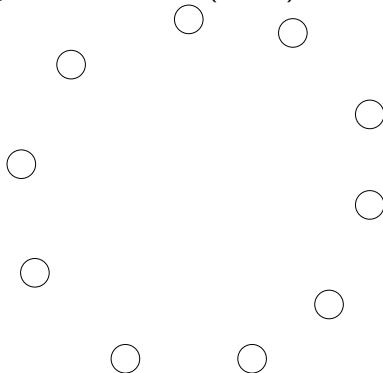
Bild: Prof Buehler, MIT

Det kan ge Alzheimers sjukdom.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

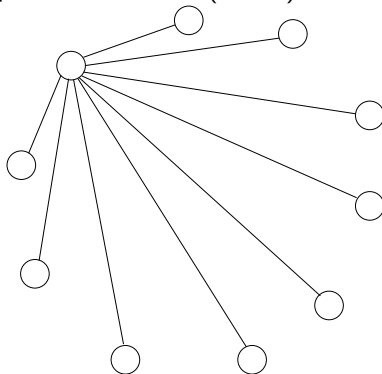
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

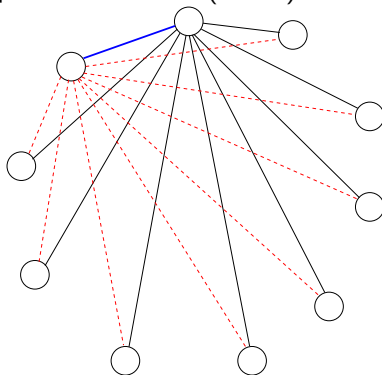
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

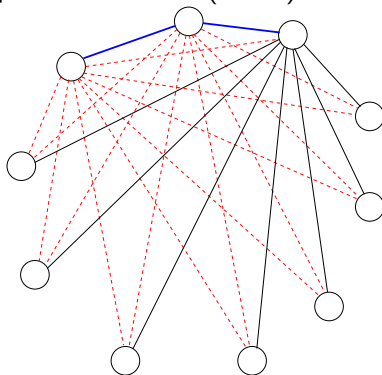
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

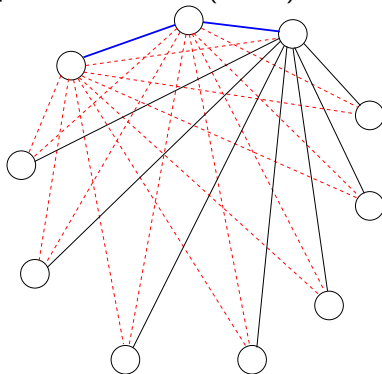
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):

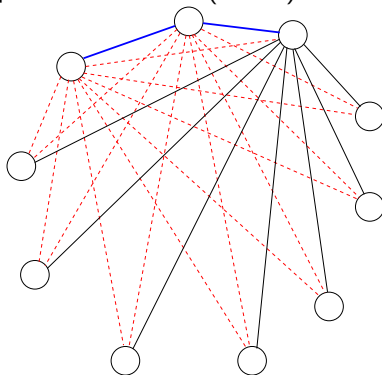


Totalt 362 880 möjligheter.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



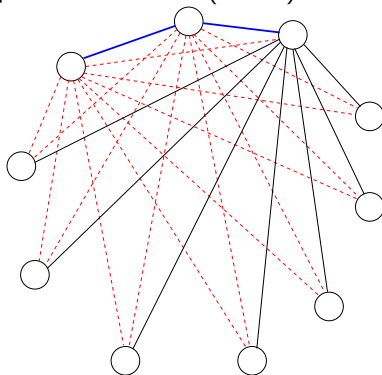
Totalt 362 880 möjligheter.

Matematiskt: Det finns $(n - 1)!$ olika sätt att besöka n platser.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



Totalt 362 880 möjligheter.

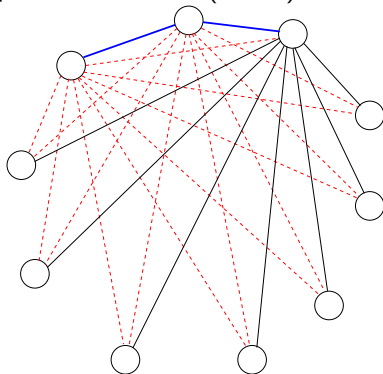
Matematiskt: Det finns $(n - 1)!$ olika sätt att besöka n platser.

För hand: 1 sekund per tur: 362 880 sekunder, dvs. ca 4 dagar.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



Totalt 362 880 möjligheter.

Matematiskt: Det finns $(n - 1)!$ olika sätt att besöka n platser.

För hand: 1 sekund per tur: 362 880 sekunder, dvs. ca 4 dagar.

Dator: 1 ms per tur: 362 sekunder, dvs. ca 6 minuter.

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 \cdot 10^4$ år	41.5 år	15 dagar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år
22	51090942171709440000	$1.62 * 10^{12}$ år	$1.62 * 10^9$ år	$1.62 * 10^6$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μ s
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år
22	51090942171709440000	$1.62 * 10^{12}$ år	$1.62 * 10^9$ år	$1.62 * 10^6$ år
23	1124000727777607680000	$3.56 * 10^{13}$ år	$3.56 * 10^{10}$ år	$3.56 * 10^7$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Så problemen är svåra om man använder en osmart metod.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Så problemen är svåra om man använder en osmart metod.

Hur bra kan man göra med en **smart** metod?

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$
2004	24978	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$3.9 * 10^{98992}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$
2004	24978	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$3.9 * 10^{98992}$
2006	85900	Applegate, Bixby, Chvatal, Cook, Espinoza, Goycoolea och Helsgaun	$1.1 * 10^{386522}$

Ett första exempel: Text

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr. Mickey vill inte ändra produktionen alltför ofta, utan föredrar att använda samma timplanering tills yttre förutsättningar ändras.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr. Mickey vill inte ändra produktionen alltför ofta, utan föredrar att använda samma timplanering tills yttre förutsättningar ändras. Hur många möss av varje sort skall man göra varje timme för att maximera intäkterna?

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$\max \quad z = 4x_1 + 3x_2$$

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$\begin{array}{ll} \max & z = 4x_1 + 3x_2 \\ \text{då} & 2x_1 + 3x_2 \leq 30 \quad (1) \quad (\text{knappar}) \end{array}$$

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$\begin{array}{llllll} \max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & \\ \text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq 30 \quad (1) \quad (\text{knappar}) \\ & & x_1 & & & \leq 6 \quad (2) \quad (\text{optik}) \end{array}$$

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$\begin{array}{llllll} \max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & \\ \text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq 30 \quad (1) \quad (\text{knappar}) \\ & & x_1 & & & \leq 6 \quad (2) \quad (\text{optik}) \\ & & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq 50 \quad (3) \quad (\text{monteringstid}) \end{array}$$

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

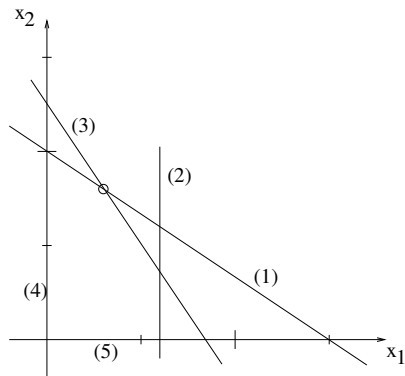
x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.

x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

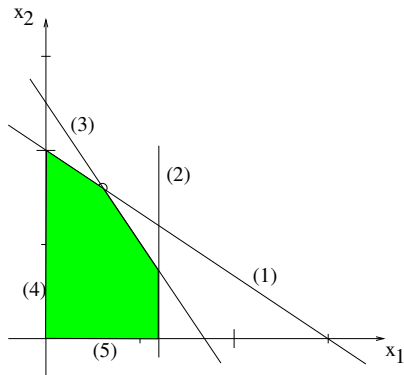
Matematisk modell:

$$\begin{array}{llllll} \max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & \\ \text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq 30 \quad (1) \quad (\text{knappar}) \\ & & x_1 & & & \leq 6 \quad (2) \quad (\text{optik}) \\ & & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq 50 \quad (3) \quad (\text{monteringstid}) \\ & & x_1 & & & \geq 0 \quad (4) \\ & & & & x_2 & \geq 0 \quad (5) \end{array}$$

Ett första exempel: Grafisk lösning

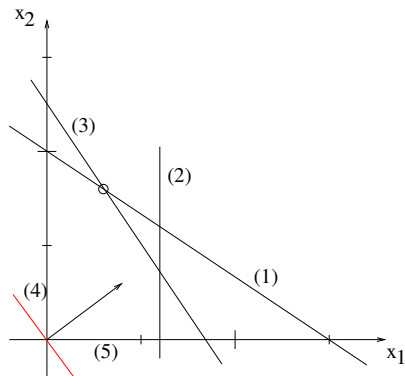


Ett första exempel: Grafisk lösning



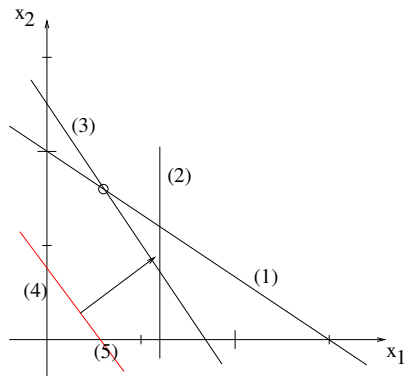
Tillåtet område

Ett första exempel: Grafisk lösning

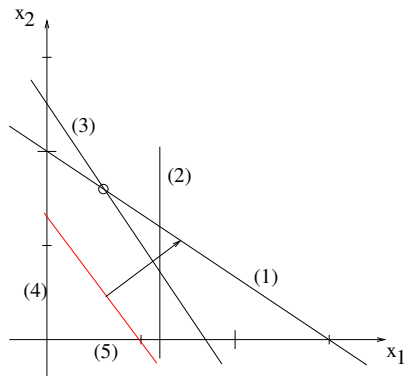


Målfunktion

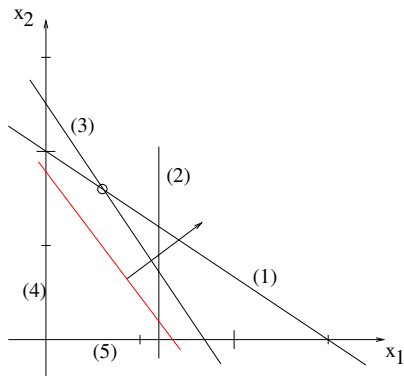
Ett första exempel: Grafisk lösning



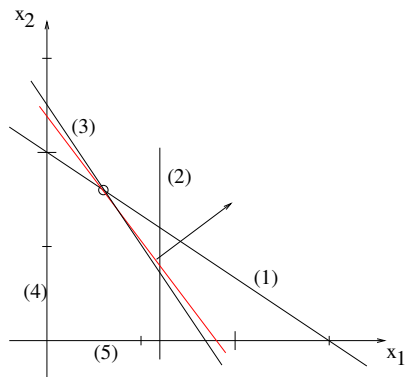
Ett första exempel: Grafisk lösning



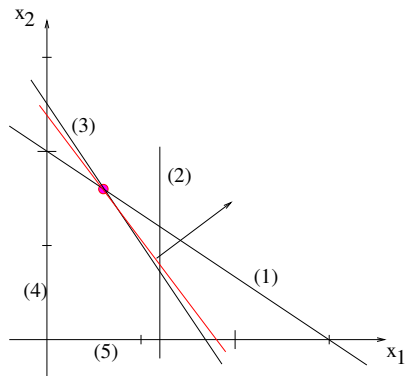
Ett första exempel: Grafisk lösning



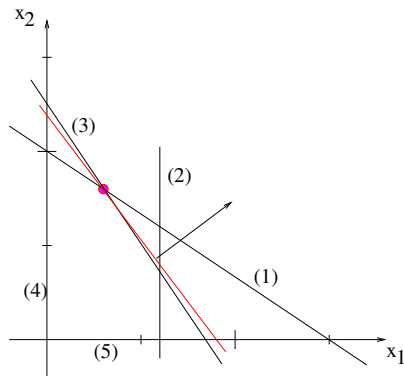
Ett första exempel: Grafisk lösning



Ett första exempel: Grafisk lösning

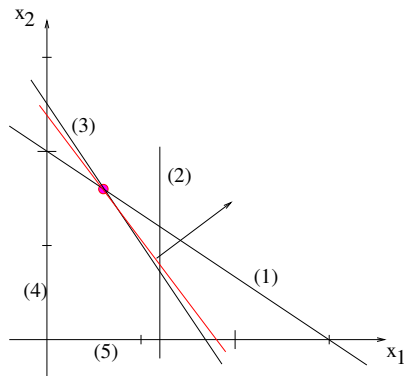


Ett första exempel: Grafisk lösning



Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36$.

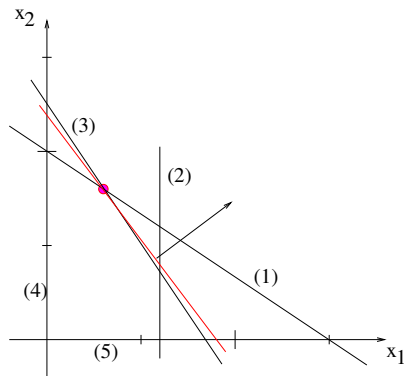
Ett första exempel: Grafisk lösning



Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36$.

Gör 3 st Optimus och 8 Rullmus varje timme vilket ger en vinst på 36 kr per timme.

Ett första exempel: Grafisk lösning



Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36$.

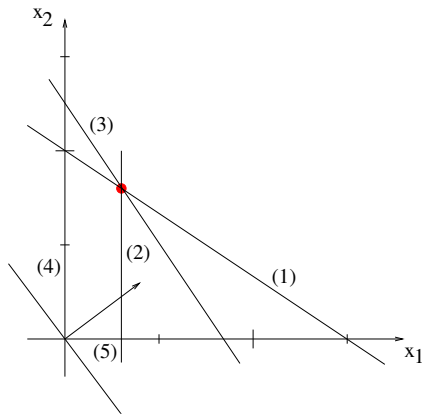
Gör 3 st Optimus och 8 Rullmus varje timme vilket ger en vinst på 36 kr per timme. Alla knappar går åt och all monterings tid används, men det blir 3 optiska enheter över varje timme.

Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter.
Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.

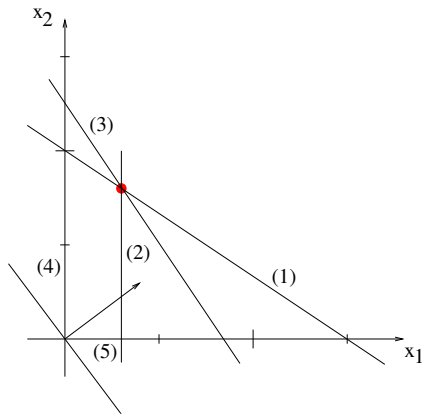
Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter.
Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.



Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter.
Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.



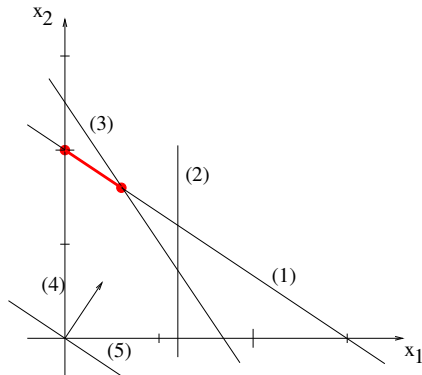
Degenererad lösning. Tre bivillkor aktiva. Alla resurser tar slut.

Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.

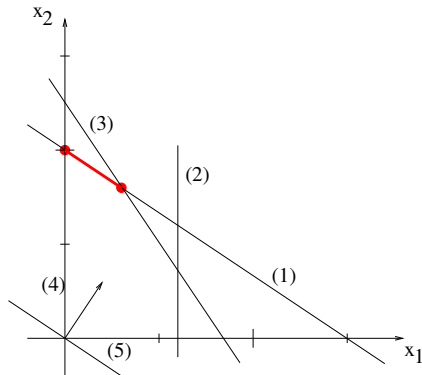
Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Ett första exempel: Variation

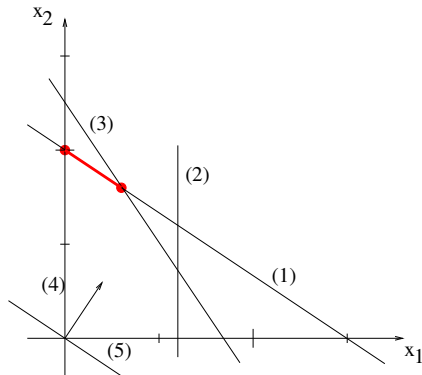
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning:

Ett första exempel: Variation

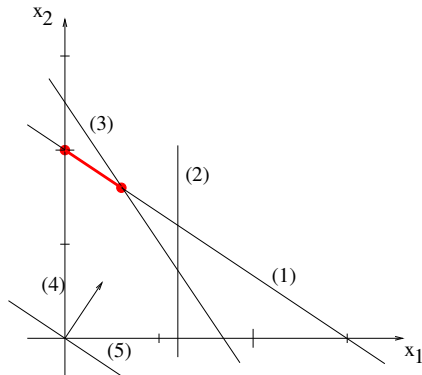
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$

Ett första exempel: Variation

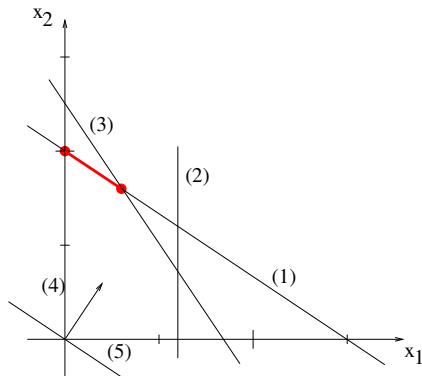
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$ och
 $x_1 = 0, x_2 = 10, z = 30$

Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



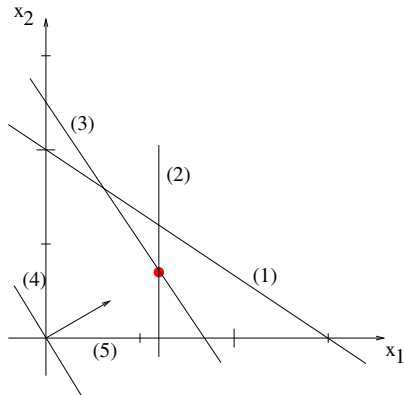
Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$ och $x_1 = 0, x_2 = 10, z = 30$ samt alla som ligger mellan dem.

Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$

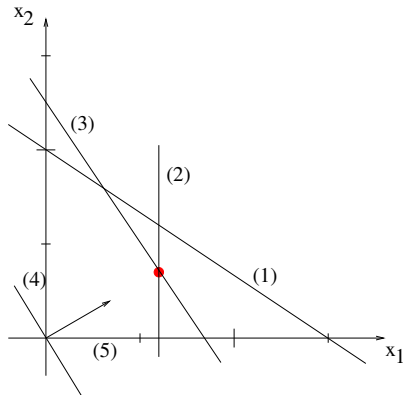
Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



Ett första exempel: Variation

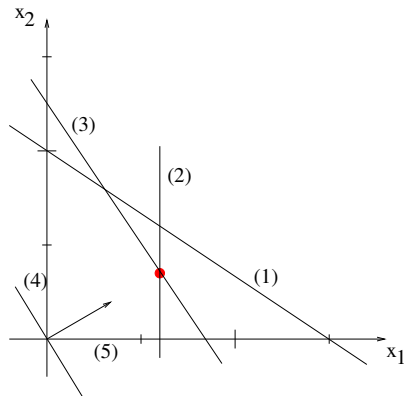
Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



LP-lösning: $x_1 = 6, x_2 = 3.5, z_{LP} = 40.5$.

Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



LP-lösning: $x_1 = 6, x_2 = 3.5, z_{LP} = 40.5$. **Icke heltalig optimallösning.**

Ett första exempel: Heltalsproblemet

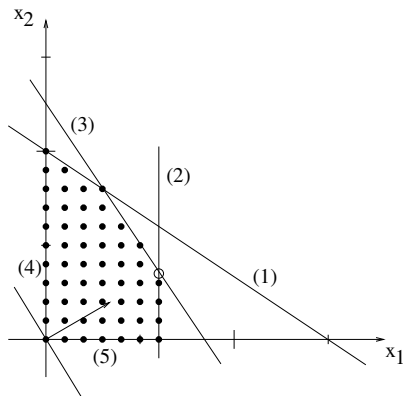
Antalet enheter måste vara heltal.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal

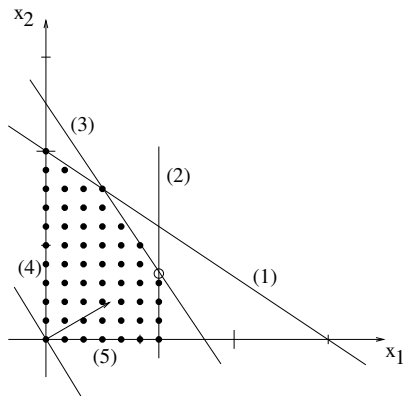
Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Ett första exempel: Heltalsproblemet

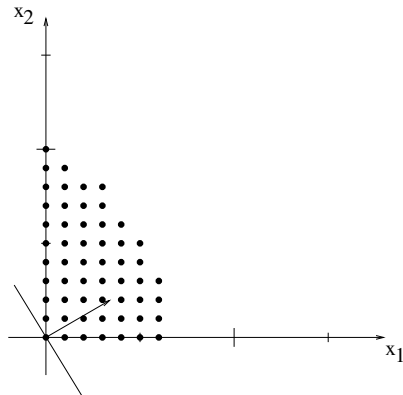
Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

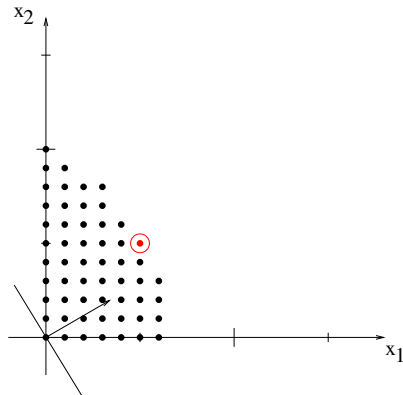
Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

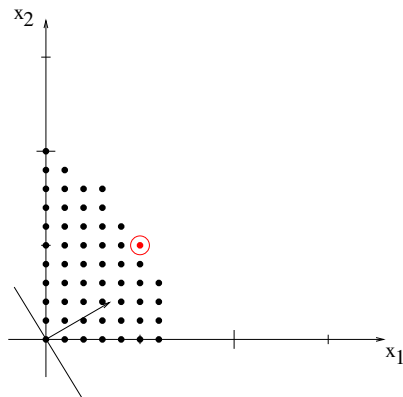
Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



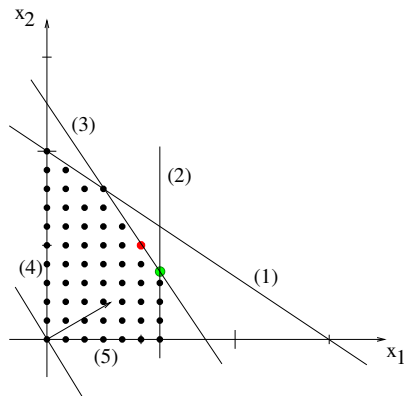
Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Heltalslösning: $x_1 = 5, x_2 = 5, z^* = 40$

Gör 5 enheter av båda sorterna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

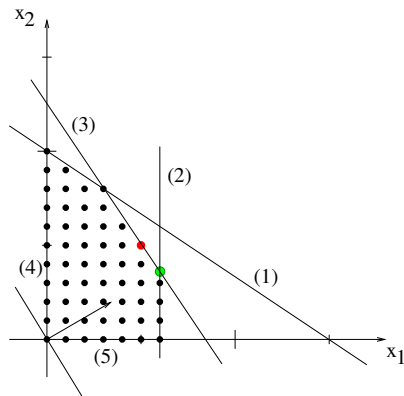
Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Skillnaden mellan LP-lösning och heltalslösning: $z^* - z_{LP} = 0.5$.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Skillnaden mellan LP-lösning och heltalslösning: $z^* - z_{LP} = 0.5$.
Heltalsoptimum kan inte fås genom avrundning av LP-optimum.

Introduktion till komplexitet

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Vi skiljer på *polynomisk* komplexitet (lätt) och *exponentiell* (svår).

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Vi skiljer på *polynomisk* komplexitet (lätt) och *exponentiell* (svår).

Ex: 2^n blir alltid större än n^4 , om n blir stort nog.

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den **bästa kända metoden** för problemet?

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den **bästa kända metoden** för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den **bästa kända metoden** för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Svårare klasser: NP -fullständiga, NP -svåra

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den **bästa kända metoden** för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Svårare klasser: NP -fullständiga, NP -svåra

Tro: Det finns ingen polynomisk algoritm för något NP -fullständigt/-svårt problem.

Introduktion till komplexitet

Exempel 1:

Sortera n heltal i stigande ordning: $O(n \log(n))$. Polynomisk algoritm.

Introduktion till komplexitet

Exempel 1:

Sortera n heltal i stigande ordning: $O(n \log(n))$. Polynomisk algoritm.

Exempel 2:

Genomlöpa alla hörn i en hyperkub i n dimensioner: $O(2^n)$. Exponentiell algoritm.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Enda möjligheten för riktigt stora svåra problem.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Enda möjligheten för riktigt stora svåra problem.

Ofta: *NP*-svårt problem, polynomisk heuristik.

Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- **Optimal mandatfördelning.**
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Mandatfördelning

I ett demokratiskt proportionellt valsystem ska mandaten i riksdagen fördelas så proportionellt som möjligt mot antalet röster partierna fick i valet.

Mandatfördelning

I ett demokratiskt proportionellt valsystem ska mandaten i riksdagen fördelas så proportionellt som möjligt mot antalet röster partierna fick i valet.

Man kan formulera och lösa en optimeringsmodell som minimerar oproportionaliteten.

Mandatfördelning

I ett demokratiskt proportionellt valsystem ska mandaten i riksdagen fördelas så proportionellt som möjligt mot antalet röster partierna fick i valet.

Man kan formulera och lösa en optimeringsmodell som minimerar oproportionaliteten.

Heltalsoptimering!

Mandatfördelning

I ett demokratiskt proportionellt valsystem ska mandaten i riksdagen fördelas så proportionellt som möjligt mot antalet röster partierna fick i valet.

Man kan formulera och lösa en optimeringsmodell som minimerar oproportionaliteten.

Heltalsoptimering!

De metoder som nu används i Sverige och många andra länder ger inte den bästa lösningen om det finns en riksdagsspärr.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p ,

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst,

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

$x_j = dr_j$ vore perfekt

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

$x_j = dr_j$ vore perfekt om det vore heltal.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

$x_j = dr_j$ vore perfekt om det vore heltal.

Least Square/Gallagher index (G): $\sqrt{v/2}$ där $v = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2$.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

$x_j = dr_j$ vore perfekt om det vore heltal.

Least Square/Gallagher index (G): $\sqrt{v/2}$ där $v = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2$.

Sainte-Laguë (SL) index: $f(x) = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2 / r_j$.

Mandatfördelning

Totalt antal röster: p , totala antalet mandat: m .

$d = m/p$: antal mandat per röst, $1/d$: antal röster per mandat.

r_j : antal röster parti j fick. x_j : antal mandat parti j ska få.

$x_j = dr_j$ vore perfekt om det vore heltal.

Least Square/Gallagher index (G): $\sqrt{v/2}$ där $v = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2$.

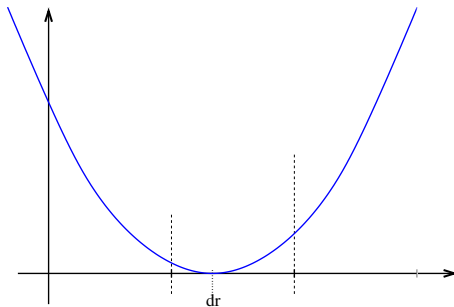
Sainte-Laguë (SL) index: $f(x) = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2 / r_j$.

$$\min \quad f(x) = \sum_{j=1}^n (x_j - dr_j)^2$$

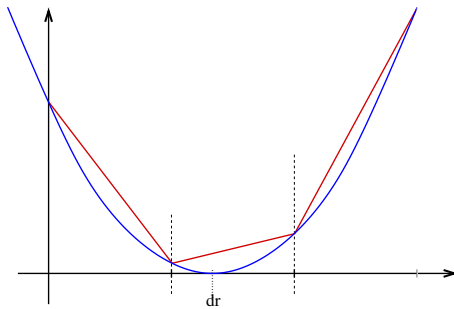
$$\text{då} \quad \sum_{j=1}^n x_j = m \quad (1)$$

$$x_j \geq 0, \text{ heltal, för alla } j$$

Mandatfördelning



Mandatfördelning



Riksdagsvalet i Sverige 2010

Parti	r_j	dr_j	KH	mSL	dHo	Ha	Dr	Res
M	1791766	104.91	106	106	107	107	107	107
C	390804	22.88	23	23	23	23	23	23
FP	420524	24.62	25	25	25	25	25	24
KD	33369	19.54	20	20	19	20	20	19
S	1827497	107.00	108	109	109	108	108	112
V	334053	19.56	20	20	20	20	20	19
MP	437435	25.61	26	26	26	26	26	25
SD	339610	19.88	21	20	20	20	20	20
Övriga	85023	4.98	0	0	0	0	0	
G-index			3.80	3.92	4.12	3.93	3.93	5.27
SL-index			0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.31

Riksdagsvalet i Sverige 2014

Parti	r_j	dr_j	KH	mSL	dHo	Ha	Dr	Res
M	1453517	81.40	83	85	85	93	92	84
C	380937	21.33	23	22	22	22	22	22
FP	337773	18.92	21	20	19	19	19	19
KD	284806	15.95	18	17	16	16	16	16
S	1932711	108.24	110	112	114	109	109	113
V	356331	19.96	22	21	21	20	21	21
MP	429275	24.04	26	25	25	25	25	25
SD	801178	44.87	46	47	47	45	45	49
FI	194719	10.90	0	0	0	0	0	0
Övriga	60326	3.38	0	0	0	0	0	0
G-index			8.85	9.13	9.58	11.55	11.08	9.47
SL-index			0.86	0.84	0.84	0.90	0.88	0.84

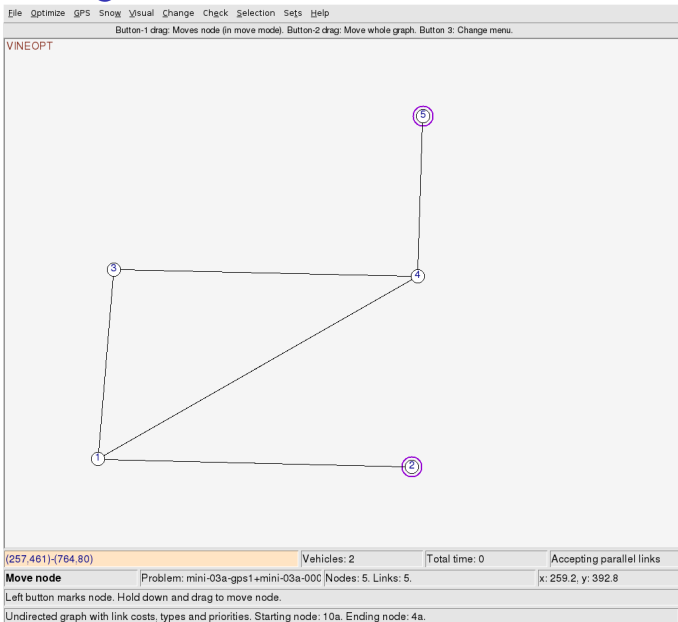
Riksdagsvalet i Sverige 2018

Parti	r_j	dr_j	KH	mSL	dHo	Ha	Dr	Res
M	1284698	69.22	70	70	71	70	70	70
C	557500	30.04	31	31	30	31	31	31
L	355546	19.16	20	20	19	20	20	20
KD	409478	22.06	23	22	22	23	23	22
S	1830386	98.63	99	100	101	99	99	100
V	518454	27.94	28	28	28	28	28	28
MP	285899	15.40	16	16	15	16	16	16
SD	1135627	61.19	62	62	63	62	62	62
FI	29665	1.56	0	0	0	0	0	0
Övriga	69472	3.74	0	0	0	0	0	0
G-index			3.23	3.29	3.79	3.23	3.23	3.29
SL-index			0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30

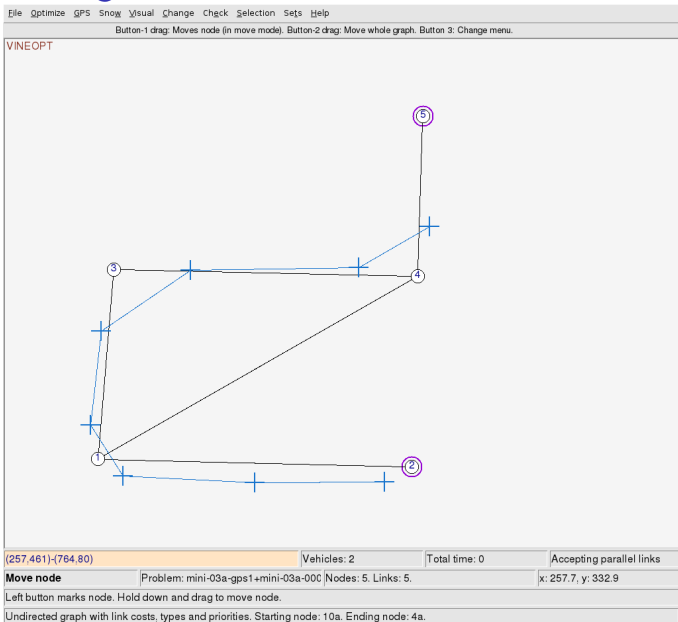
Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- **Optimal digital kartmatchning.**
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

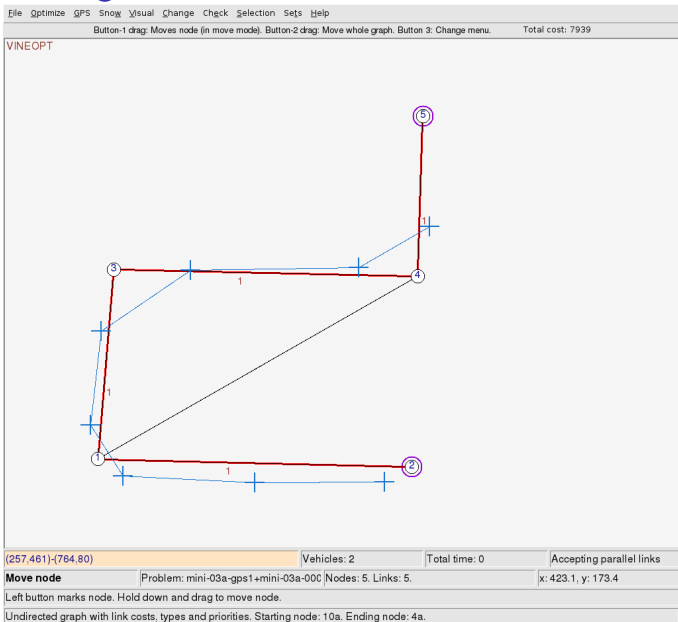
Kartmatching



Kartmatchingning



Kartmatching



Kartmatchning

Givet: Ett antal GPS-positioner. En digital karta (nätverk).

Fråga: Vilka gator (bågar) användes när GPS-positionerna gjordes?

Svårigheter: Fel i GPS-koordinaterna. Fel i kartan.

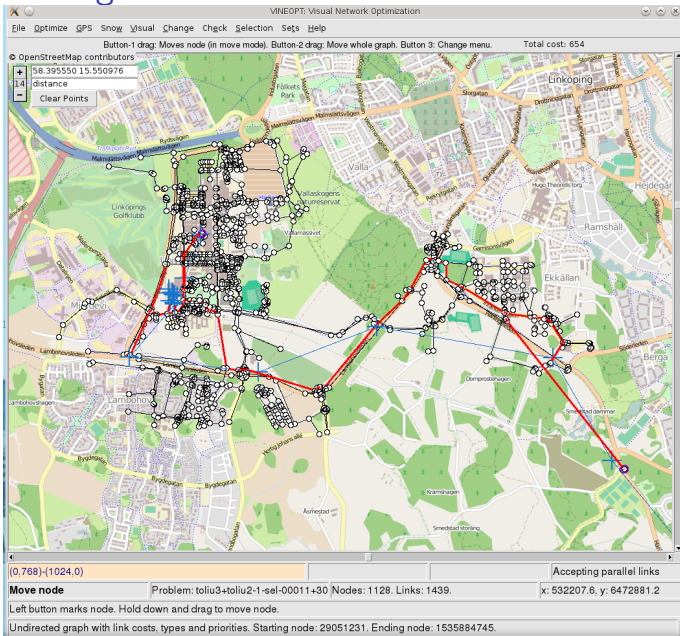
- Digitala kartor finns tillgängliga (OpenStreetMap, Google etc).
- GPS-data finns tillgängligt:
 - Bussar, taxi, snöröjningsfordon har numera GPS-enheter.
 - Mobiltelefoner (GPS-logger), DIY.

Används för att:

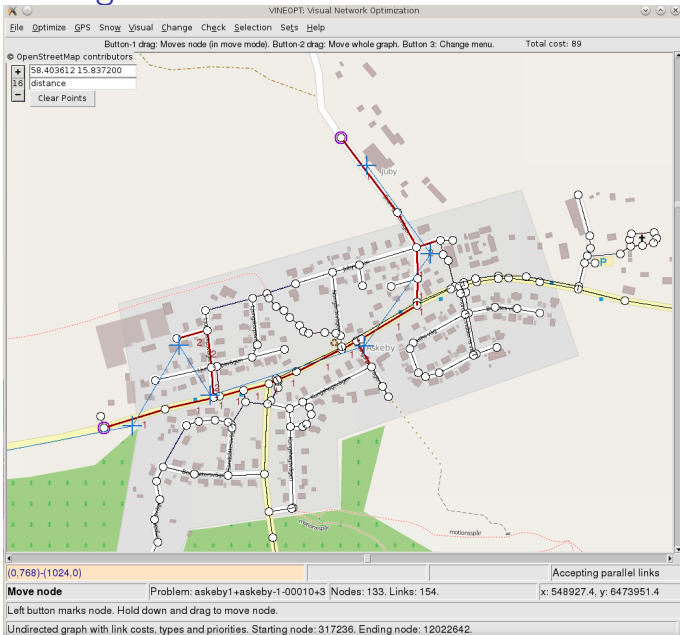
- spåra fordon, styra trafik, ruttning, navigering.
- analysera resor.
- samla in och beräkna indata för optimering.

Annars är kartan bara en *bild*! Trevlig att se på, men inte mer.

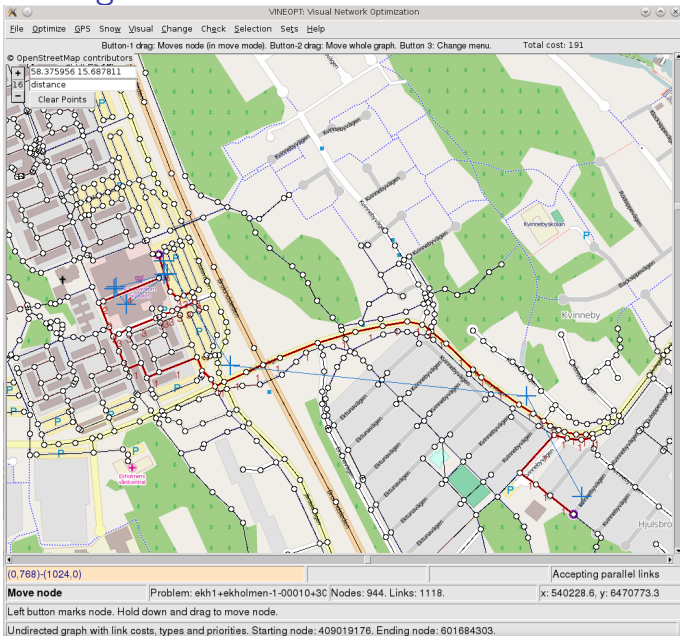
Kartmatching



Kartmatching



Kartmatching



Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- **Optimal formering av studentgrupper.**
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAvs som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Basgruppsindelning

No more student to choose group for

Group 1				Group 2				Group 3				Group 4			
HELLSING MATTIAS	Rem	Fix	Unfix	AL-MUFTI SUMMIA	Rem	Fix	Unfix	DUFBÄCK DENNIS	Rem	Fix	Unfix	FRÖBERG FELIX	Rem	Fix	Unfix
LINDMARK FANNY	Rem	Fix	Unfix	BÄNGERIUS SEBASTIAN	Rem	Fix	Unfix	FLEMING THEODOR	Rem	Fix	Unfix	HABBE LISA	Rem	Fix	Unfix
LINDSTRÖM JOHAN	Rem	Fix	Unfix	ESKILSSON SOFIE	Rem	Fix	Unfix	KRONKVIST EMMA	Rem	Fix	Unfix	JOHANNSEN FABIAN	Rem	Fix	Unfix
PERSSON STEPHANIE	Rem	Fix	Unfix	HERO EK PONTUS	Rem	Fix	Unfix	LIDHOLM RASMUS	Rem	Fix	Unfix	KVIST HANNA	Rem	Fix	Unfix
SILFVER ANTON	Rem	Fix	Unfix	HÅKANSSON FREDRIK	Rem	Fix	Unfix	NORDBERG ANDREAS	Rem	Fix	Unfix	POLBRATT FILIP	Rem	Fix	Unfix
SJÖLUND JONATHAN	Rem	Fix	Unfix	MONTALVO PHILIP	Rem	Fix	Unfix	SÖDERHOLM MATILDA	Rem	Fix	Unfix	RYDFALK VILLIAM	Rem	Fix	Unfix
SONNERT ADRIAN	Rem	Fix	Unfix	ODERVALL ALBIN	Rem	Fix	Unfix	TENGROTH ANTON	Rem	Fix	Unfix	ULANDER ALEXANDER	Rem	Fix	Unfix
WILANDER HJALMAR	Rem	Fix	Unfix	SPYROU NIKOLAS-KARL	Rem	Fix	Unfix	VONG CHI	Rem	Fix	Unfix	Number of persons: 7 Sum of asp 1: 674.00 Sum of asp 2: 2.00 Sum of asp 3: 650.00 Sum of repetition: 18333.33 Total penalty: 10182.33			
Number of persons: 8				Number of persons: 8				Number of persons: 8							
Sum of asp 1: 671.00				Sum of asp 1: 689.00				Sum of asp 1: 700.00							
Sum of asp 2: 2.00				Sum of asp 2: 2.00				Sum of asp 2: 2.00							
Sum of asp 3: 734.00				Sum of asp 3: 746.00				Sum of asp 3: 738.00							
Sum of repetition: 23333.33				Sum of repetition: 13333.33				Sum of repetition: 25833.33							
Total penalty: 10232.33				Total penalty: 10132.33				Total penalty: 10257.33							

Measure: ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E
 Neighborhood:
☒ Use sort?
☒ Use discounting?
☒ Limit numbers?
☐ No alone?

Total cost: 2768.33 Min num: 7.00, max num: 8.00

Number of groups:

Weight of number:

Weight of prev groups:

Weight of not alone:

Weight of aspect 1:

Weight of aspect 2:

Weight of aspect 3:

Iter for tabu:

Iter for sim ann:

Save data on file /home/kaj/tcl/basgr/ht15/FT5-ht15-2.dat

Basgruppsindelning

IT-programmet på LiU använder PBL, med tillhörande basgruppsarbete.

Studenterna ska delas in i ett antal basgrupper.

Mål: Lika stora grupper.

Inte samma gruppkompisar som tidigare terminer.

Inte alla duktiga i samma grupp.

Inte alla tjejer i samma grupp.

Tidigare gjort för hand. Nu mha en optimeringsmodell och flera lösningsmetoder.

Även använt på psykologprogrammet.

Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- **Optimal snöröjning.**
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Planering av snöröjning



Bild: Corren

Planering av snöröjning



Ur Corren 101207.

Snöröjning – en utmaning för både forskare och plogare

LINKÖPING

Linköping kan få snöröjning i toppklass. I samarbete med universitetet och snöröjare ska den bästa möjliga plogningslösningen för stadsmiljö tas fram.

Men det är ingen lätt uppgift, förklarar Kaj Holmberg, professor i optimeringslära vid Linköpings universitet och den som leder projektet. En mängd faktorer måste vägas in i beräkningen.

– Fordonen är olika och går olika snabbt. Man gör ett antal olika moment vid varje plogning. Det är olika sorters vägar och så finns det vindplatser, korsningar, busshållplatser och cykelvägar som alla kräver sitt. Dessutom är det alltid flera som plogar samtidigt – kan de hjälpas åt eller inte?

Omjligt uppdrag

I optimeringsläran finns en "bästa lösning" på varje problem.

– Den kallas optimum. Men dit kommer vi inte att nå i det här fallet. Problemet är för svårt, säger Kaj Holmberg.

teoretisk modell utifrån de förutsättningar som gäller i Linköping, säger Kaj Holmberg. Sedan ska vi jämföra den med hur erfarna snöröjare jobbar. Utifrån detta ska vi forma en lösning där snöröjningen vässas till bästa möjliga.

Bättre service

Det är Linköpings kommun som gett universitetet i uppdrag att titta på hur plogandet kan utvecklas.

– Vi pratade med dem om forskning som kunde gagna oss, berättar Kenneth Carlsson drifts- och underhållschef i Linköpings kommun. Jag förklarade att jag skulle ha stor användning av beräkningar hur vi snabbast snöröjer och tar upp sand.

Han ser snöröjningsprojektet som en väg att utveckla verksamheten – förbättra servicen till kommuninvånarna och bli grönare.

– Grundtanken är att man ska kunna ta olika utgångspunkter i den färdiga modellen. De kan handla om till exempel snabbast snöröjning, mest miljövänlig plogning eller bäst tid att forsla bort snö.

KNEPIGT

"Den kallas optimum. Men dit kommer vi inte att nå i det här fallet. Problemet är för svårt"

Kaj Holmberg, professor i optimeringslära



Bengt Möller, snöröjare hos Solab AB, tror att det går att vässa plogningen med bra rutter.

Ljungsbro också blir testområde för studien.

– Man valde Ljungsbro för att området kan liknas vid Linköpings stad i miniformat, säger Peter Gunnarsson, vd för Solab AB.

Han tycker det var självklart att medverka i projektet.

– För det första är jag positiv till att testa nygrejor, säger han. För det andra finns det ekonomiska aspekter på minskad tidsåtgång för snöröjningen och att göra den mer miljövänlig.

Bilar står i vägen

gränsas i dem, funderar han.

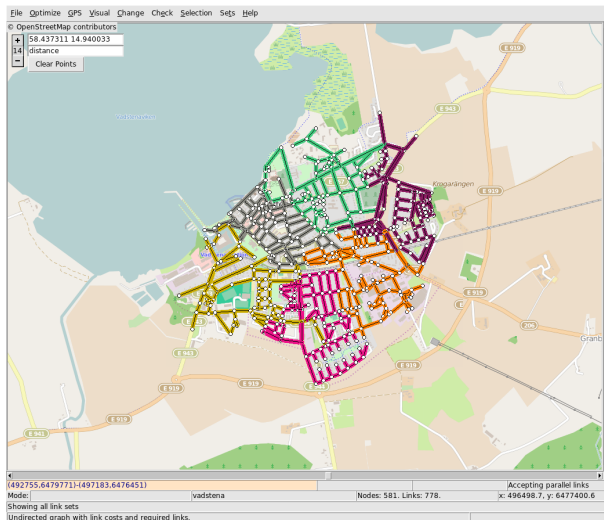
Själv försöker Bengt Möller planera arbetet i sitt område så att han kan köra så långa slingor som möjligt åt samma håll innan han vänder och tar andra sidan tillbaka. Många stopp, backa och vända tar tid från plogningen. Bilar som står i vägen är en orsak till att arbetet fördröjs. Och så går det olika fort beroende på snötyp.

– Pudersnön är lätt att köra bort, säger han.

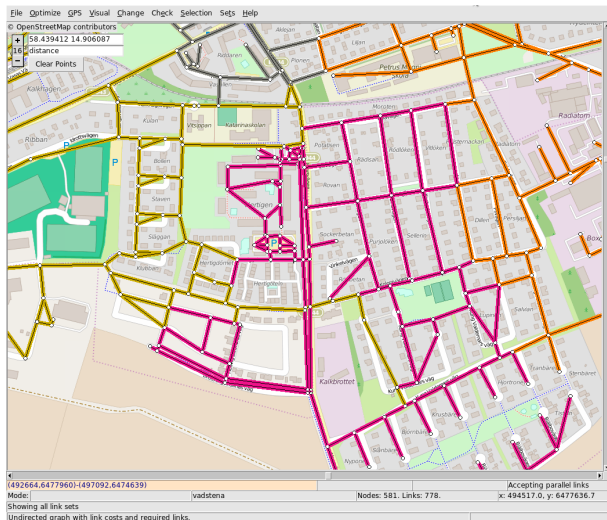
Hur ska snöplogarna köra?

- Olika fordon klarar av olika saker
- Flera olika uppgifter
- Vilket fordon ska göra vad och i vilken ordning?
- Möjligt mål: Minimera tiden tills allt är röjt
- Möjligt mål: Minimera kostnaden för röjningen (under tidsvillkor)
- Möjligt mål: Minimera körd sträcka (förutom själva röjningen)
- Möjligt mål: Minimera tiden tills siste röjaren är hemma

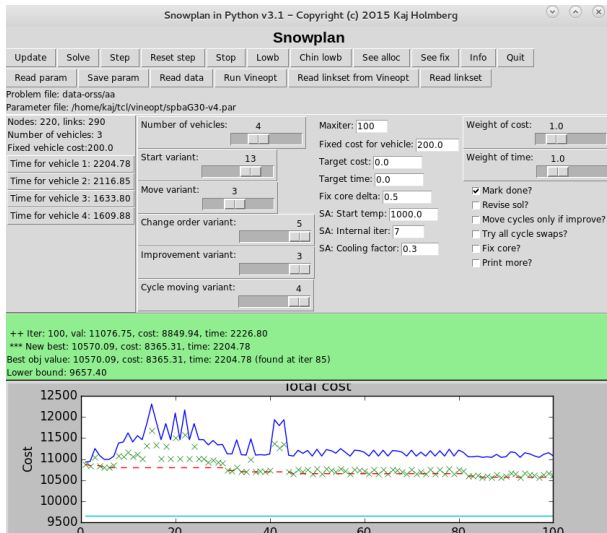
Planering av snöröjning



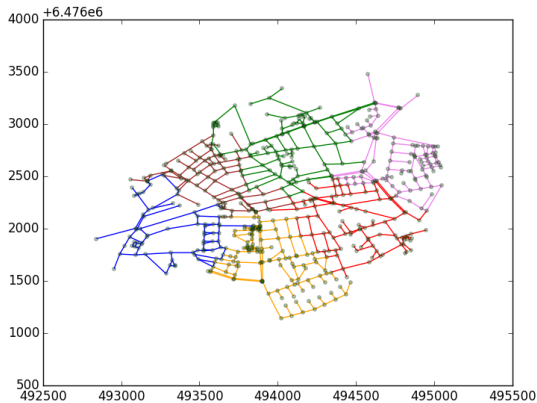
Planering av snöröjning



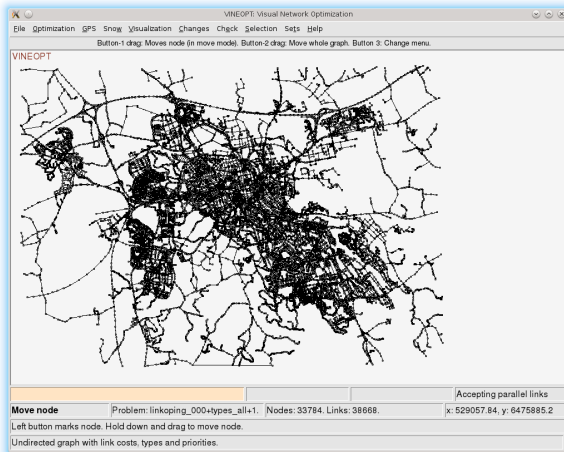
Planering av snöröjning



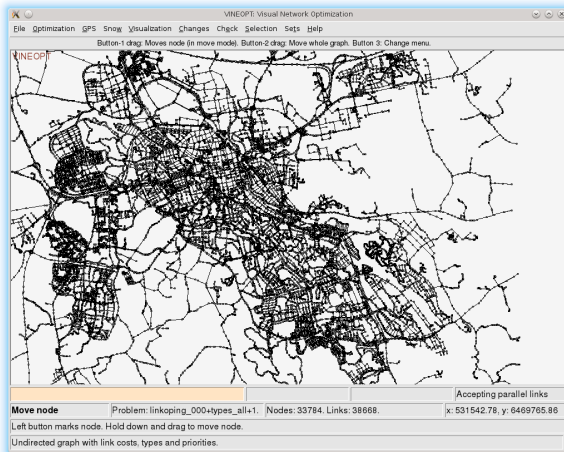
Planering av snöröjning



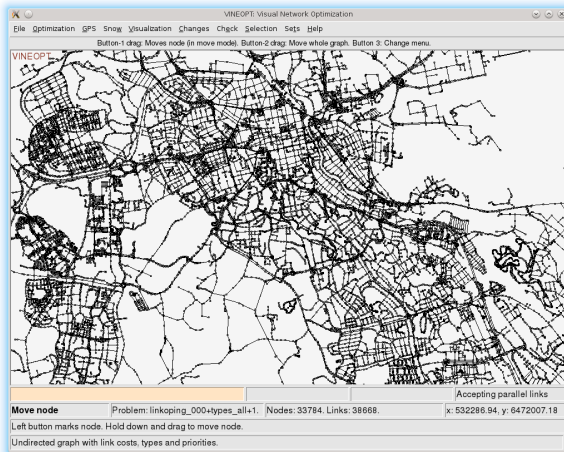
Linköping



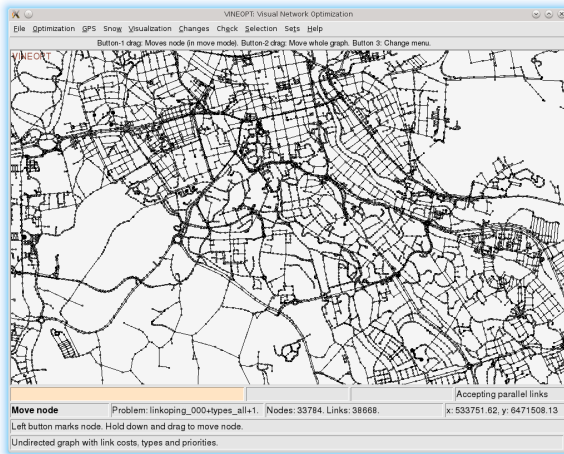
Linköping



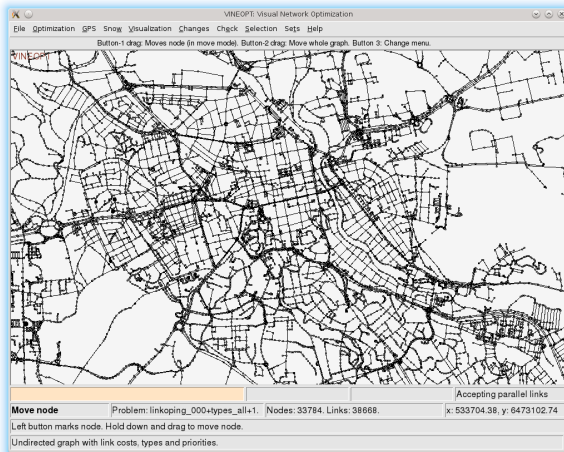
Linköping



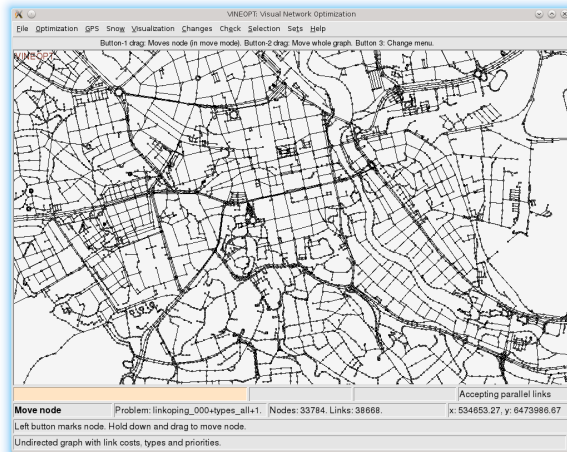
Linköping



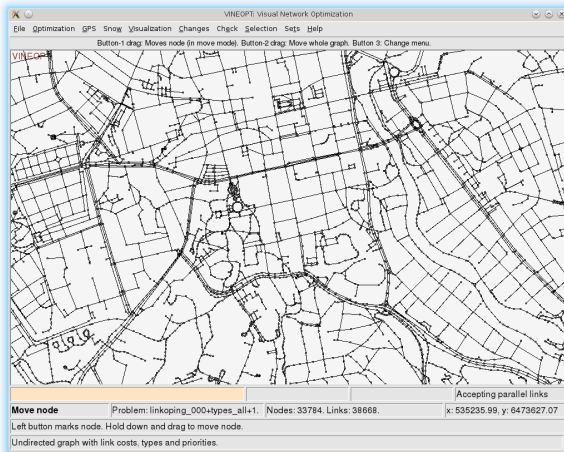
Linköping



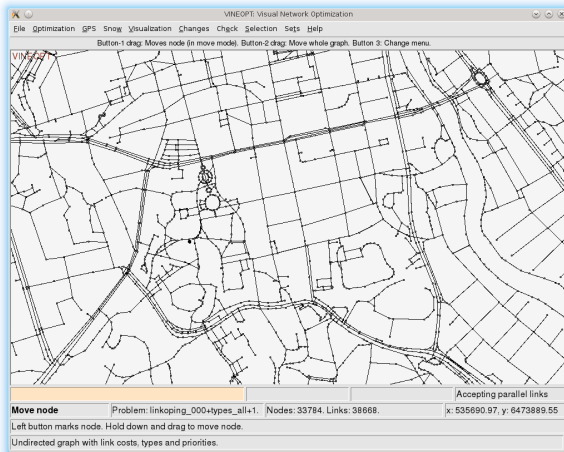
Linköping



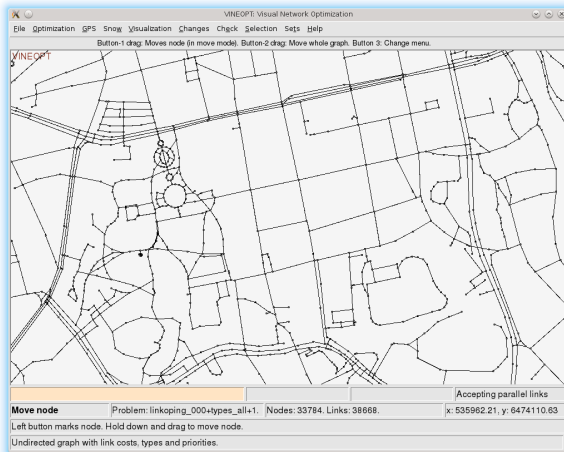
Linköping



Linköping



Linköping



Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- **Optimal design av kullager.**
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Kullager

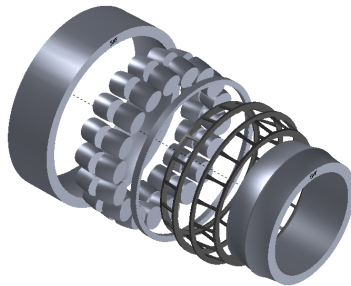
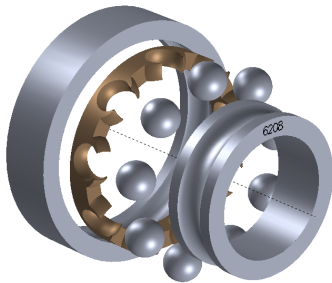


Bild: SKF BEAST

Dimensionering av kullager

Olika mått ska bestämmas.

Målfunktionen evalueras med ett omfattande simuleringsverktyg, BEAST.

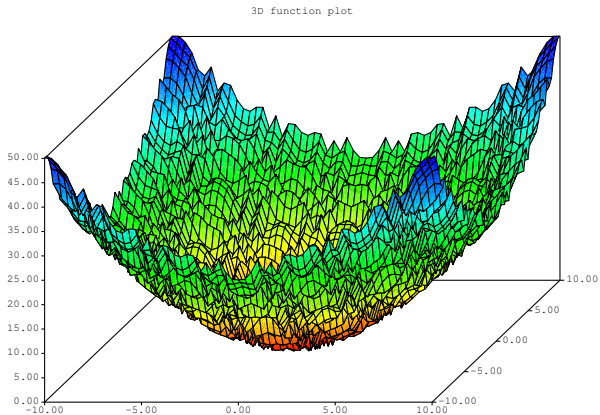
En evaluering tar mellan 30 min och 2 timmar.

Vi vet inget om funktionens egenskaper.

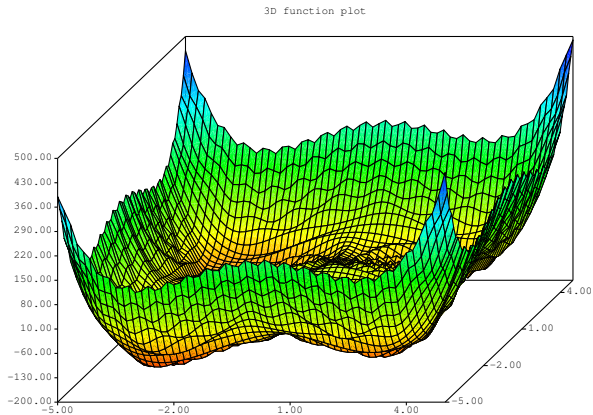
Vår infallsvinkel: Utnyttja parallella datorer.

Metoderna är dock sekvensiella och måste göras om.

Svåra funktioner



Svåra funktioner



Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- **Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.**
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.



Bild: IDA, LiU

Signaler via UAv

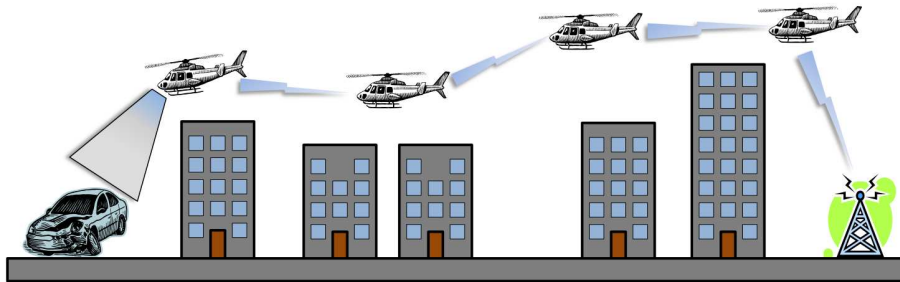


Bild: IDA, LiU

Signaler via UAver

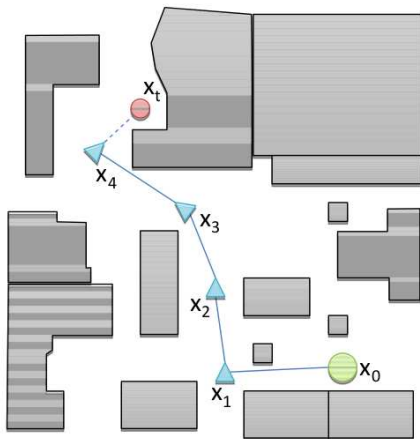


Bild: IDA, LiU

Signaler via UAVer

Bevaka ett mål från en basstation. Signalen reläas via en sekvens UAVer.

- Begränsad räckvidd
- Hinder (hus, berg)
- Möjligt mål: Maximera signalens kvalitet
- Möjligt mål: Minimera antalet UAVer som behövs

Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- **Optimal planering av militära attackmönster.**
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Planering av attackmönster

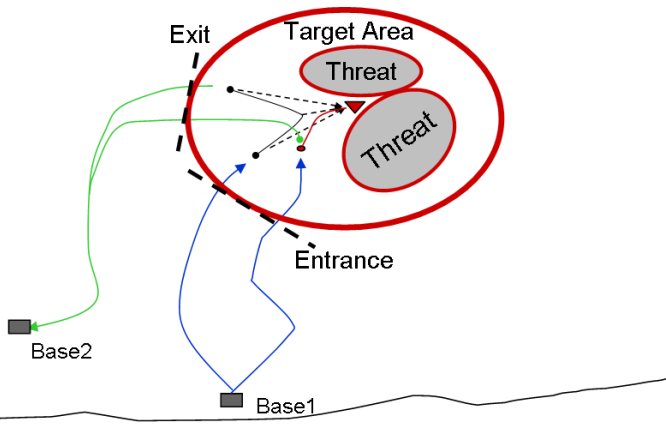


Bild: Opt, LiU

Planering av attackmönster

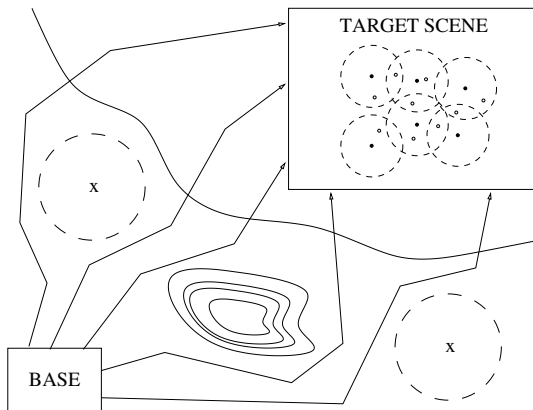


Bild: Opt, LiU

Militär attackplanering

Indata:

- Ett antal mål som ska attackeras.
- Positioner för fiendeförsvar (SAMs) och skyddade objekt.
- Flygfarkoster som ska genomföra attacken.

Mål:

- Attackera alla mål.
- Unvik hot (SAMs) och skyddade objekt.
- Minimera tiden för uppdraget.
- Samordna flera fordon.

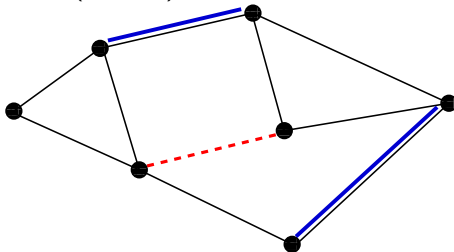
Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
 - Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
 - Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
 - Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Telekommunikation

Optimal design av telekommunikationsnät/datanät med hänsyn till:

- Trafikbehov
- Fiber- och kabelkapaciteter
- Fiber- och kabelkostnader
- Tillförlitlighetskrav
- Vägvalsprincip (t ex IP)



Designa nätet till minimal kostnad så att behoven kan uppfyllas.

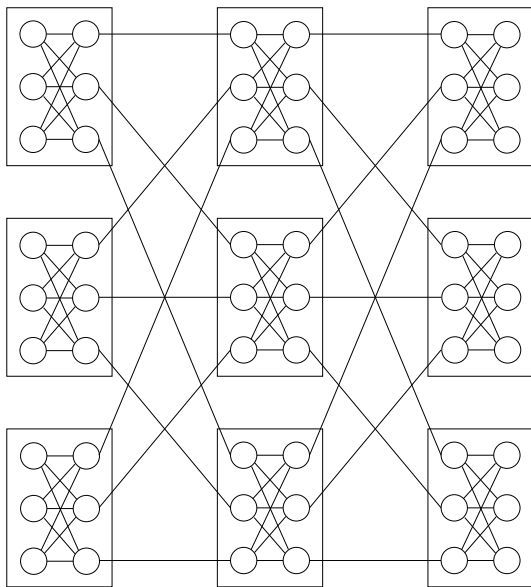
IP-nät (Internet Protocol)

- “Routrar” i nätet beräknar själva kortaste väg till destinationen (OSPF).
- Om två vägar är lika korta, delas trafiken upp med hälften på varje väg.
- Begränsar optimeringen av designen.
- Optimering: Sätt vikter på länkarna.

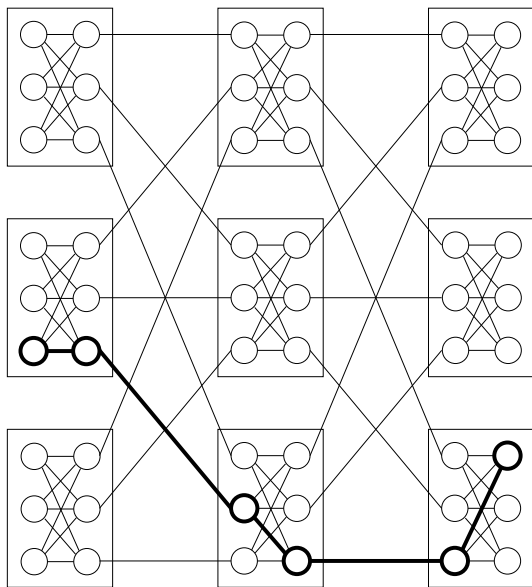
Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- **Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Clos-nätverk**
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Clos-nätverk



Clos-nätverk



Minimal omruttning

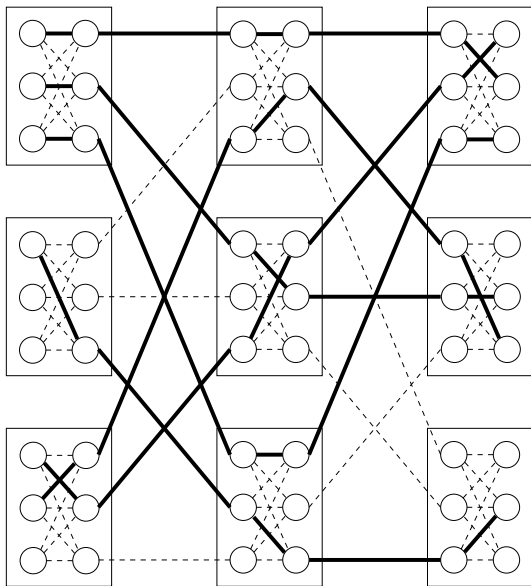
Kopplingsönskemål uppträder ett och ett.

När ett nytt kommer, kan man behöva rutta om tidigare kopplingar.

Det tar tid/kostar, så man vill ändra så lite som möjligt.

Valet är egentligen bara vilken mittenswitch som ska användas.

Många kopplingar

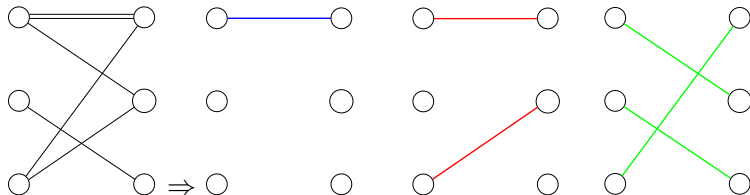


Bågfärgning

Vi använder grafteori.

Kopplingarna kan ses som bågfärgningar i en tudelad graf.

Då finns snabba lösningsmetoder.



Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Tomvagnar

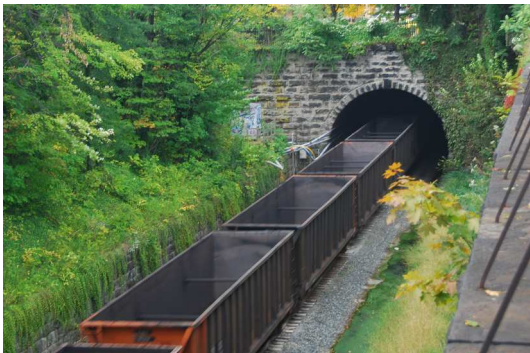


Bild: Let ideas compete

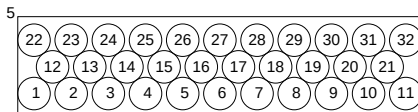
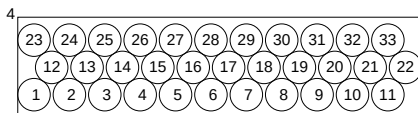
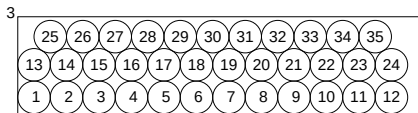
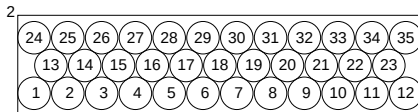
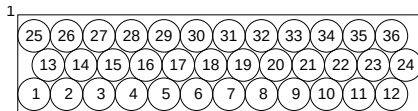
Optimal placering och förflyttning av tomvagnar med hänsyn till:

- Behov av lastade vagnar
- Tågkapaciteter (vikt, längd)
- Transportkostnader
- Rangering

Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Pappersrullar i järnvägsvagn



Tillämpningsområden

- Optimal mandatfördelning.
- Optimal digital kartmatchning.
- Optimal formering av studentgrupper.
- Optimal snöröjning.
- Optimal design av kullager.
- Optimal placering av UAVer som kommunikationsreläer.
- Optimal planering av militära attackmönster.
- Optimal design, styrning och kontroll av IP-nät.
- Optimal omruttning för symmetriska trestegs-Closnätverk
- Optimal placering och förflyttning av tomvagnar på järnväg.
- Optimal packning av pappersrullar i järnvägsvagnar.

Tillämpningsområden

- **Optimal stråldosering vid cancerbehandling.**
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Stråldosering



Bild: Pacific Northwest National Laboratory

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Timmer



Bild: Lis Burke

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- **Optimalt vägunderhåll.**
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Vägtull



Bild: David Hall

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- **Frekvensplanering i GSM.**
 - Optimalt utnyttjande av kraftverk.
 - Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
 - Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- **Optimalt utnyttjande av kraftverk.**
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- **Finansiell riskhantering.**

Tillämpningsområden

- Optimal stråldosering vid cancerbehandling.
- Optimal planering av sjuksköterskor.
- Optimal planering av skogsavverkning, transporter mm.
- Optimalt vägunderhåll.
- Trafikplanering (nya vägar, vägtullar).
- Optimerade dagbrott.
- Optimal design av filter.
- Frekvensplanering i GSM.
- Optimalt utnyttjande av kraftverk.
- Optimal ruttplanering för gas-/oljeleverantörer.
- Finansiell riskhantering.

Trend

Miljöaspekter blir allt viktigare i optimeringsmodellerna.

Trend

Miljöaspekter blir allt viktigare i optimeringsmodellerna.

Lagkrav.

Trend

Miljöaspekter blir allt viktigare i optimeringsmodellerna.

Lagkrav.

PR-värden (certifiering etc).

Trend

Miljöaspekter blir allt viktigare i optimeringsmodellerna.

Lagkrav.

PR-värden (certifiering etc).

Samvete.