TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
  - kaj.holmberg@liu.se
  - http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
  - kaj.holmberg@liu.se
  - http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33
- Lärare:
  - Föreläsningar, Lektioner, labbar: Roghayeh Hajizadeh
  - roghayeh.hajizadeh@liu.se
  - B-huset, Ingång 25, Rum 3A:579

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
  - kaj.holmberg@liu.se
  - http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33
- Lärare:
  - Föreläsningar, Lektioner, labbar: Roghayeh Hajizadeh
  - roghayeh.hajizadeh@liu.se
  - B-huset, Ingång 25, Rum 3A:579
- Litteratur:
  - Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
  - kaj.holmberg@liu.se
  - http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33
- Lärare:
  - Föreläsningar, Lektioner, labbar: Roghayeh Hajizadeh
  - roghayeh.hajizadeh@liu.se
  - B-huset, Ingång 25, Rum 3A:579
- Litteratur:
  - Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
  - Föreläsningar 8 st
  - Lektioner 7 st
  - Laborationer 5 st

TAOP33 Kombinatorisk optimering gk

- Examinator: Kaj Holmberg
  - kaj.holmberg@liu.se
  - http://courses.mai.liu.se/GU/TAOP33
- Lärare:
  - Föreläsningar, Lektioner, labbar: Roghayeh Hajizadeh
  - roghayeh.hajizadeh@liu.se
  - B-huset, Ingång 25, Rum 3A:579
- Litteratur:
  - Kaj Holmberg: Optimering (Liber, 2018) upplaga 2
- Undervisning:
  - Föreläsningar 8 st
  - Lektioner 7 st
  - Laborationer 5 st
- Examination:
  - Skriftlig tenta
  - Laborationer, redovisas skriftligt eller test, ej obligatorisk närvaro

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.
- (Räkna för hand.)

Långsiktiga mål med kursen

- Känna igen optimeringsproblem.
- Kunna formulera problem matematiskt.
- Förstå principerna bakom olika metoder.
- Kunna välja lämplig lösningsmetod.
- Kunna använda tillgänglig programvara.
- Medverka vid utveckling av ny programvara.
- (Räkna för hand.)

När (inte om) ni stöter på ett optimeringsproblem, ska ni kunna angripa det med optimeringsteknik.

Vad är optimering?

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“Bästa” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera). Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“Bästa” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera). Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“Möjliga” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet. Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte "konst", utan "vetenskap".)

"Bästa" definieras av vad jag vill (minimera eller maximera). Kallas "målfunktion". Exempel: Minimera kostnaden.

"Möjliga" definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet. Kallas "bivillkor". Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Målfunktion och bivillkor måste definieras exakt/matematiskt.

Vad är optimering?

Konsten att göra på bästa möjliga sätt.

(Men inte “konst”, utan “vetenskap”.)

“Bästa” definieras av vad jag vill (minimera eller maximera). Kallas “målfunktion”. Exempel: Minimera kostnaden.

“Möjliga” definieras genom att förbjuda det som är omöjligt/otillåtet. Kallas “bivillkor”. Exempel: Negativa värden ej tillåtna.

Målfunktion och bivillkor måste definieras exakt/matematiskt.

Obs: benämningen “optimalt” saknar betydelse om man inte har/känner till modellen, dvs. målfunktion och bivillkor!
Detta gäller även media, politiker m.fl.

Hur kan man misslyckas?

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

   Dålig metod.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

   Dålig metod.

2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.
   Dålig metod.
2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.
   Dålig modell.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

   Dålig metod.

2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

   Dålig modell.

3. Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

   Dålig metod.

2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

   Dålig modell.

3. Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

   Dålig modell och metod.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.
   Dålig metod.
2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.
   Dålig modell.
3. Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.
   Dålig modell och metod.

2 är vanligast.
3 kan vara bättre än 2.

Hur kan man misslyckas?

1. Lös problemet felaktigt, dvs. finn en lösning som inte är optimal, utan sämre och/eller otillåten.

   Dålig metod.

2. Lös fel problem, dvs. finn korrekt optimallösning till fel modell.

   Dålig modell.

3. Både 1 och 2, dvs. finn fel lösning till fel modell.

   Dålig modell och metod.

2 är vanligast.
3 kan vara bättre än 2.

Optimering är ett bra sätt att hitta fel i en modell.
Lösningen blir knäpp om man har glömt något viktigt bivillkor.

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
  - Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
  - Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
  - Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
  - Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
  - Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
  - Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: $\min f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
  - Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
  - Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
  - Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)
  - Kombinatorisk optimering: Räkna upp kombinationer

Optimering

- Optimus: "Bäst" (på latin).
- Optimeringsproblem: min $f(x)$ då $g_i(x) \leq b_i$ för $i = 1, \ldots m$
  - x kallas variabler.
  - $f(x)$ kallas målfunktion.
  - $g_i(x) \leq b_i$ kallas bivillkor.
- Delområden (beroende på strukturen hos problemet):
  - Linjärprogrammering, LP (Dantzig 1949)
  - Ickelinjärprogrammering, ILP (Kuhn & Tucker 1951)
  - Heltalsprogrammering, HP (Gomory 1958)
  - Dynamisk programmering, DynP (Bellman 1957)
  - Kombinatorisk optimering: Räkna upp kombinationer
- Programmering: (grekiska: pro + gramma = föreskrift, planering)

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
2. **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera variabler, målfunktion samt bivillkor. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
2. **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera variabler, målfunktion samt bivillkor. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
3. **Insamling av data.**

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
2. **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera variabler, målfunktion samt bivillkor. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
3. **Insamling av data.**
4. **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig optimeringsmetod.

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
2. **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera variabler, målfunktion samt bivillkor. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
3. **Insamling av data.**
4. **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig optimeringsmetod.
5. **Utvärdering av resultat (och modell).** Är resultatet realistiskt, lämpligt, vettigt, "bra"? Om inte, gå till 2.

Hur man använder optimering: Operationanalys

1. **Formulering av problemet.** Finns det ett problem? Vad vill man optimera? Vilka begränsningar finns?
2. **Konstruktion av en matematisk modell.** Definiera variabler, målfunktion samt bivillkor. Är resultatet en LP-, ILP eller HP-modell?
3. **Insamling av data.**
4. **Lösning av det matematiska problemet.** Välj lämplig optimeringsmetod.
5. **Utvärdering av resultat (och modell).** Är resultatet realistiskt, lämpligt, vettigt, "bra"? Om inte, gå till 2.
6. **Använd resultatet.**

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara lösbar, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara lösbar, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- Data (koefficienter) ska kunna tas fram.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara lösbar, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- Data (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De förenklingar man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara lösbar, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- Data (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De förenklingar man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.
- Undvik onödiga komplikationer, såsom olinjäriteter.

Mål när man gör modellen

- Få med allt relevant, dvs. som påverkar vilken lösning som är optimal.
- Undvik det som är irrelevant, dvs. som inte påverkar vilken lösning som är optimal.
- Modellen ska vara korrekt, dvs. göra det man vill att den ska göra.
- Modellen ska vara lösbar, dvs. gå att lösa på rimlig/tillgänglig tid.
- Data (koefficienter) ska kunna tas fram.
- De förenklingar man kan tvingas göra ska vara medvetna och genomtänkta.
- Undvik onödiga komplikationer, såsom olinjäriteter.
- Välj målfunktion.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så effektivt som möjligt.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så effektivt som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är stora.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så effektivt som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är stora.
- En dålig metod kan ta lång tid.

Mål när man väljer optimeringsmetod

- Lös problemet så effektivt som möjligt.
- Viktigt, ty verkliga problem är stora.
- En dålig metod kan ta lång tid.
- En smart implementering är ej tillräckligt.

Tillämpningsområden

Exempel:

Tillämpningsområden

Exempel:

- Transport och distribution
  - lokalisering, ruttplanering, schemaläggning

Tillämpningsområden

Exempel:

- Transport och distribution
  - lokalisering, ruttplanering, schemaläggning
- Bemanningsplanering
  - Tillordning, schemaläggning

Tillämpningsområden

Exempel:

- Transport och distribution
  - lokalisering, ruttplanering, schemaläggning
- Bemanningsplanering
  - Tillordning, schemaläggning
- Konstruktion
  - strukturoptimering, packning och kapning

Tillämpningsområden

Exempel:

- Transport och distribution
  - lokalisering, ruttplanering, schemaläggning
- Bemanningsplanering
  - Tillordning, schemaläggning
- Konstruktion
  - strukturoptimering, packning och kapning
- Finans
  - optimal aktieportfölj

Forskningsprojekt

Exempel på aktuella projekt på Optimeringslära, MAI:

Forskningsprojekt

Exempel på aktuella projekt på Optimeringslära, MAI:

- Schemaläggning av avioniksystem, många komponenter som måste dela information med varandra.

Forskningsprojekt

Exempel på aktuella projekt på Optimeringslära, MAI:

- Schemaläggning av avioniksystem, många komponenter som måste dela information med varandra.
- Ruttplanering för snöröjning, planera vilka fordon som behövs och vilka gator dom ska röja (och i vilken ordning).

Forskningsprojekt

Exempel på aktuella projekt på Optimeringslära, MAI:

- Schemaläggning av avioniksystem, många komponenter som måste dela information med varandra.
- Ruttplanering för snöröjning, planera vilka fordon som behövs och vilka gator dom ska röja (och i vilken ordning).
- Optimering av brachyterapi, förbättring av stråldosplaner med avseende på tumördöd och risk för biverkningar.

Forskningsprojekt

Exempel på aktuella projekt på Optimeringslära, MAI:

- Schemaläggning av avioniksystem, många komponenter som måste dela information med varandra.
- Ruttplanering för snöröjning, planera vilka fordon som behövs och vilka gator dom ska röja (och i vilken ordning).
- Optimering av brachyterapi, förbättring av stråldosplaner med avseende på tumördöd och risk för biverkningar.
- Produktionsplanering inom processindustrin.

Exempel på välkända optimeringsproblem

Rundtur till 49 städer

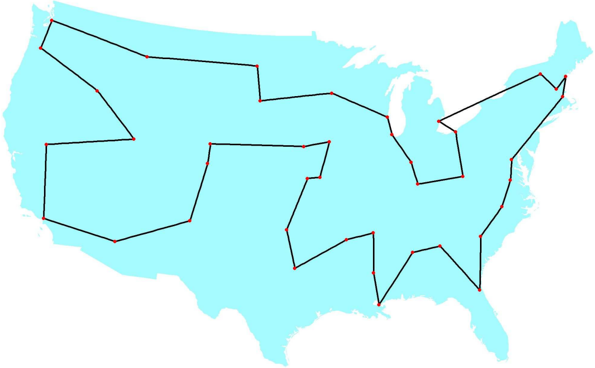


Bild: http://www.tsp.gatech.edu

Handelsresandetur

Rundtur till 532 städer

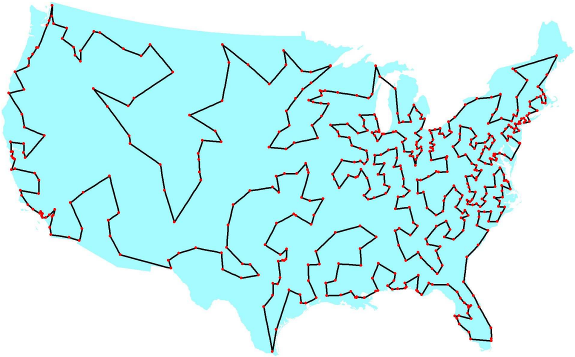
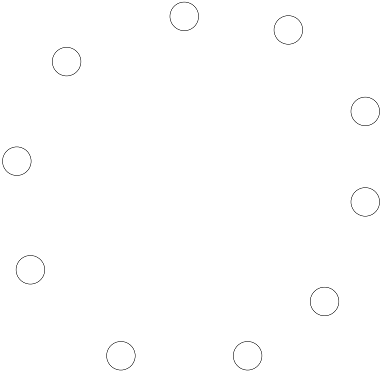


Bild: http://www.tsp.gatech.edu

Är handelsresandeproblemet svårt?

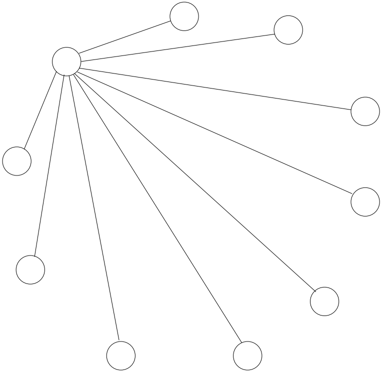
Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

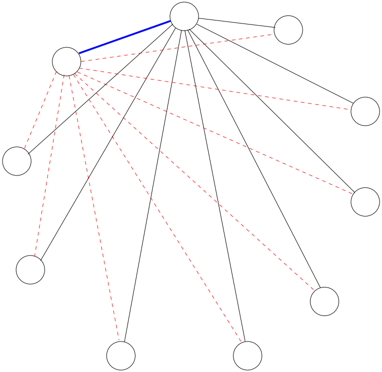
Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

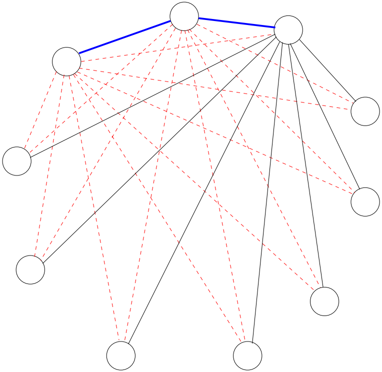
Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



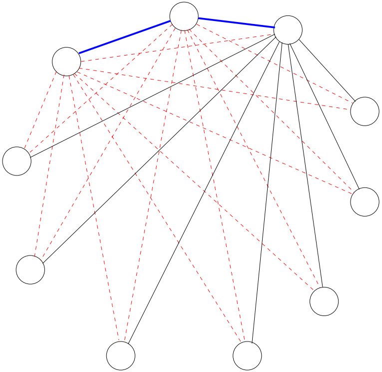
Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.
Exempel med 10 orter (noder):



Är handelsresandeproblemet svårt?

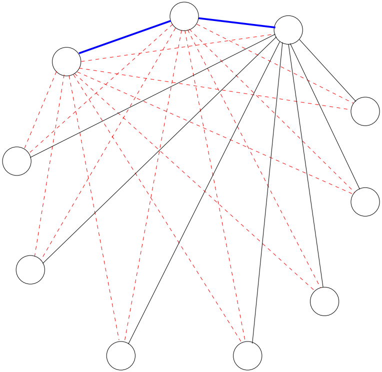
Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.
Exempel med 10 orter (noder):



Totalt 362 880 möjligheter.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.
Exempel med 10 orter (noder):

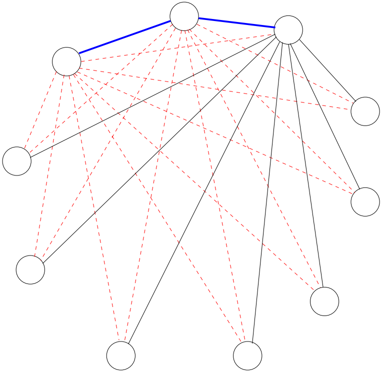


Totalt 362 880 möjligheter.
Matematiskt: Det finns $(n-1)!$ olika sätt att besöka n platser.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



Totalt 362 880 möjligheter.

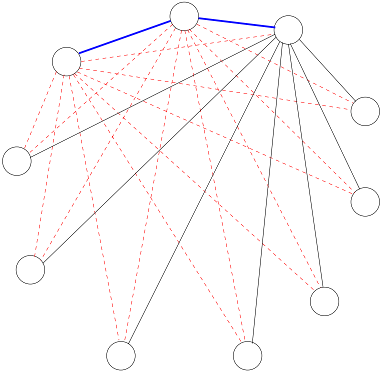
Matematiskt: Det finns $(n-1)!$ olika sätt att besöka n platser.

För hand: 1 sekund per tur: 362 880 sekunder, dvs. ca 4 dagar.

Är handelsresandeproblemet svårt?

Möjlig metod (?): Jämför alla rundturer.

Exempel med 10 orter (noder):



Totalt 362 880 möjligheter.

Matematiskt: Det finns $(n-1)!$ olika sätt att besöka n platser.

För hand: 1 sekund per tur: 362 880 sekunder, dvs. ca 4 dagar.

Dator: 1 ms per tur: 362 sekunder, dvs. ca 6 minuter.

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år
22	51090942171709440000	$1.62 * 10^{12}$ år	$1.62 * 10^9$ år	$1.62 * 10^6$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

n	Antal turer	Tid för hand	Tid för dator	Snabb dator
6	120	2 min	120 ms	120 μs
7	720	12 min	0.7 s	0.7 ms
8	5040	1 timme	5 s	5 ms
9	40320	11 timmar	40 s	40 ms
10	362880	4 dagar	6 min	0.4 s
11	3628800	42 dagar	1 timme	4 s
12	39916800	1 år	11 timmar	40 s
13	479001600	15 år	5.5 dagar	8 min
14	6227020800	197 år	72 dagar	1.7 timmar
15	87178291200	2764 år	2.7 år	24 timmar
16	1307674368000	$4.15 * 10^4$ år	41.5 år	15 dagar
18	355687428096000	$1.13 * 10^7$ år	$1.13 * 10^4$ år	11 år
20	121645100408832000	$3.86 * 10^9$ år	$3.86 * 10^6$ år	3860 år
21	2432902008176640000	$7.71 * 10^{10}$ år	$7.71 * 10^7$ år	$7.71 * 10^4$ år
22	51090942171709440000	$1.62 * 10^{12}$ år	$1.62 * 10^9$ år	$1.62 * 10^6$ år
23	1124000727777607680000	$3.56 * 10^{13}$ år	$3.56 * 10^{10}$ år	$3.56 * 10^7$ år

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan "the Big Bang".

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan "the Big Bang".

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan "the Big Bang".

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan “the Big Bang”.

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Så problemen är svåra om man använder en osmart metod.

Men vi kanske vill lösa större problem

Det sägs att det har gått 13.7 miljarder år sedan "the Big Bang".

Om vi började räkna för hand då, hade vi hunnit med ett problem med 20 noder, men inte ett med 21 noder.

Med en dator hade vi hunnit med ett problem med 22 noder.

Med en snabbare dator hade vi hunnit med ett problem med 24 noder.

Så problemen är svåra om man använder en osmart metod.

Hur bra kan man göra med en smart metod?

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^6$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$
2004	24978	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$3.9 * 10^{98992}$

De största som lösts till optimalitet

År	n	Forskare	Turer
-	10	-	$3.6 * 10^{6}$
-	20	-	$1.2 * 10^{17}$
1954	49	Dantzig, Fulkerson och Johnson	$1.2 * 10^{61}$
1971	64	Held och Karp	$2.0 * 10^{87}$
1975	100	Camerini, Fratta och Maffioli	$9.3 * 10^{155}$
1977	120	Grötschel	$5.6 * 10^{196}$
1980	318	Crowder och Padberg	$2.1 * 10^{659}$
1987	532	Padberg och Rinaldi	$1.5 * 10^{1218}$
1987	666	Grötschel och Holland	$1.5 * 10^{1590}$
1987	2392	Padberg och Rinaldi	$7.5 * 10^{7041}$
1994	7397	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$2.5 * 10^{25405}$
1998	13509	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.1 * 10^{49932}$
2001	15112	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$1.4 * 10^{56593}$
2004	24978	Applegate, Bixby, Chvatal och Cook	$3.9 * 10^{98992}$
2006	85900	Applegate, Bixby, Chvatal, Cook, Espinoza, Goycoolea och Helsgaun	$1.1 * 10^{386522}$

Ett första exempel: Text

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr. Mickey vill inte ändra produktionen alltför ofta, utan föredrar att använda samma timplanering tills yttre förutsättningar ändras.

Ett första exempel: Text

Företaget *Mickey AB* producerar olika sorters datormöss. Man ska nu under en period fokusera på två sorter, Optimus och Rullmus. Man har begränsat tillgång av vissa delar. Optimusen har två knappar medan Rullmusen har tre. Man kan få fram material till maximalt 30 knappar per timme. Varje Optimus har en optisk enhet, och man kan använda högst 6 optiska enheter per timme. Att montera en Optimus kräver 6 minuter i musmaskinen, medan en Rullmus bara kräver 4 minuter. Under en timme kan maskinen användas i medel 50 minuter. Resterande tid åtgår till rengöring och service. En Optimus ger vinsten 4 kr och en Rullmus ger 3 kr. Mickey vill inte ändra produktionen alltför ofta, utan föredrar att använda samma timplanering tills yttre förutsättningar ändras. Hur många möss av varje sort skall man göra varje timme för att maximera intäkterna?

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.
x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Ett första exempel: Matematisk modell

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.
x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$\max \quad z = 4x_1 + 3x_2$$

Ett första exempel: Matematisk modell

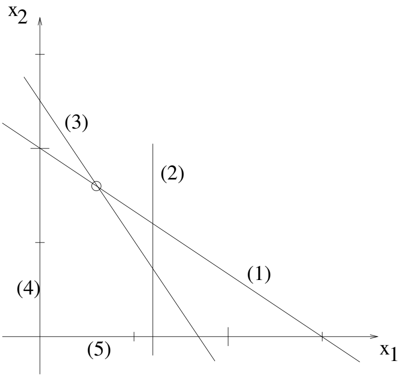
Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.
x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

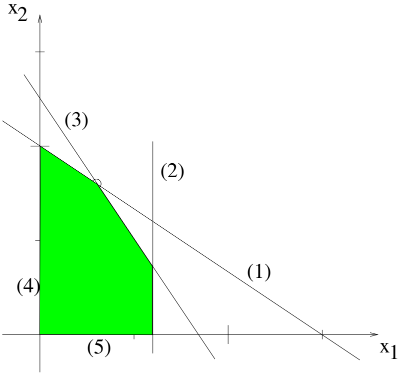
Matematisk modell:

$$
\begin{array}{lrcrcrlll}
\max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 & (1) & \text{(knappar)} \\
& & x_1 & & & \leq & 6 & (2) & \text{(optik)} \\
& & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq & 50 & (3) & \text{(monteringstid)} \\
& & x_1 & & & \geq & 0 & (4) & \\
& & & & x_2 & \geq & 0 & (5) &
\end{array}
$$

Ett första exempel: Grafisk lösning

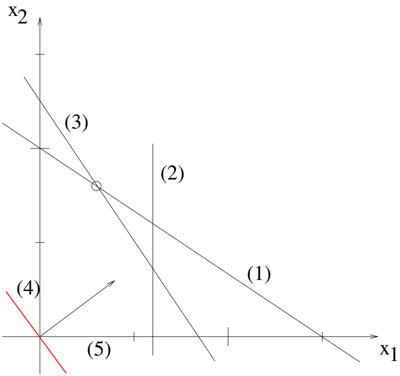


Ett första exempel: Grafisk lösning



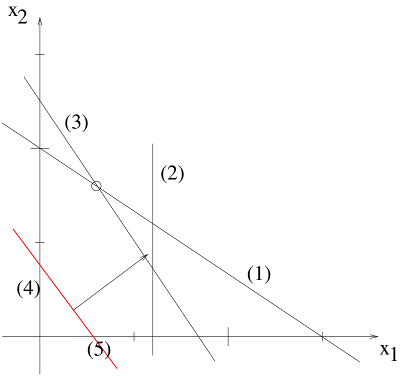
Tillåtet område

Ett första exempel: Grafisk lösning

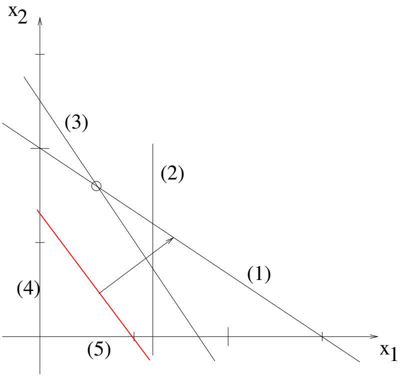


Målfunktion

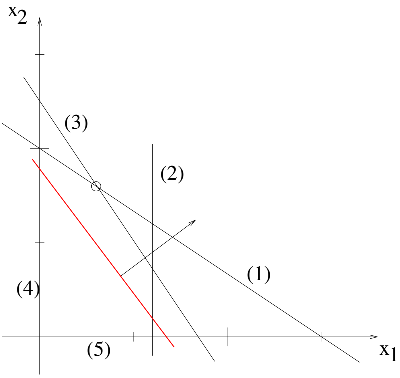
Ett första exempel: Grafisk lösning



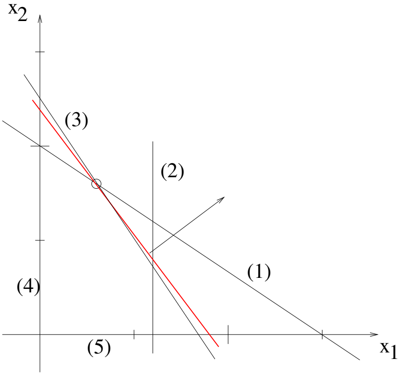
Ett första exempel: Grafisk lösning



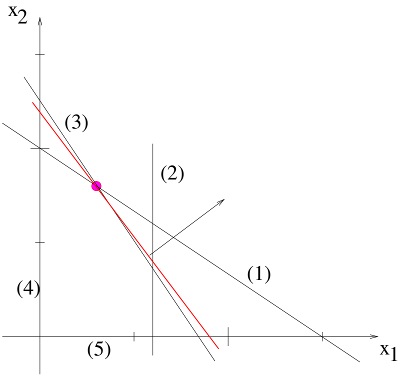
Ett första exempel: Grafisk lösning



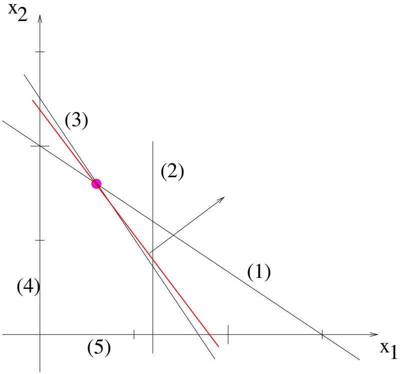
Ett första exempel: Grafisk lösning



Ett första exempel: Grafisk lösning

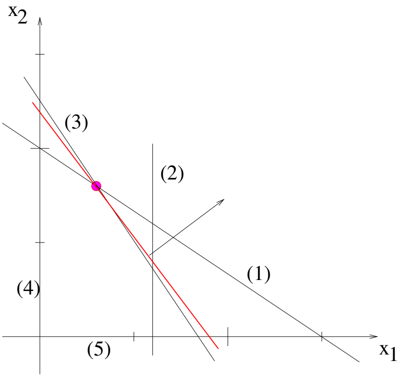


Ett första exempel: Grafisk lösning



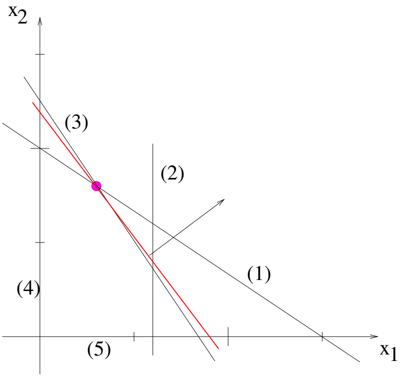
Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36.$

Ett första exempel: Grafisk lösning



Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36.$
Gör 3 st Optimus och 8 Rullmus varje timme vilket ger en vinst på 36 kr per timme.

Ett första exempel: Grafisk lösning



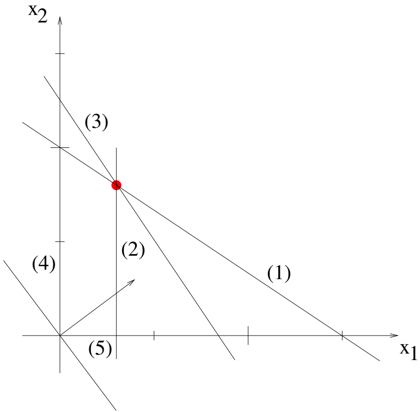
Optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 36$.
Gör 3 st Optimus och 8 Rullmus varje timme vilket ger en vinst på 36 kr per timme. Alla knappar går åt och all monteringstid används, men det blir 3 optiska enheter över varje timme.

Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter. Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.

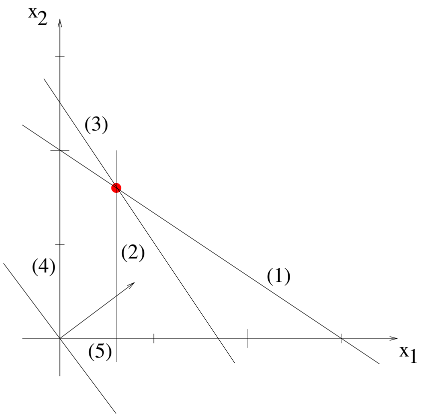
Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter. Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.



Ett första exempel: Variation

Man fattar ett principbeslut att halvera tillgången av optiska enheter. Bivillkor 2 blir då $x_1 \leq 3$.



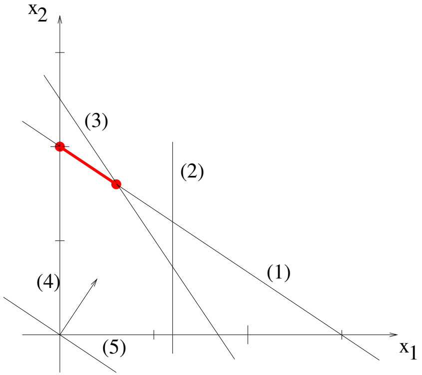
Degenererad lösning. Tre bivillkor aktiva. Alla resurser tar slut.

Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.

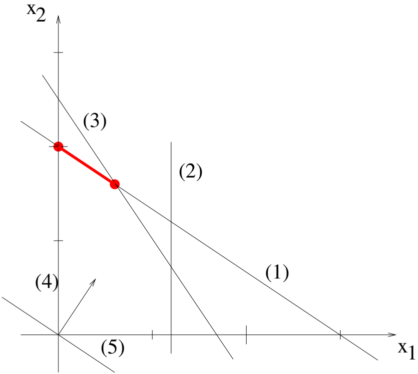
Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Ett första exempel: Variation

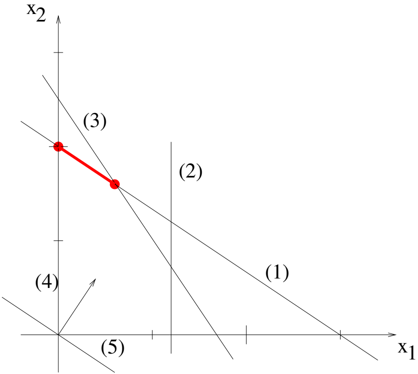
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning:

Ett första exempel: Variation

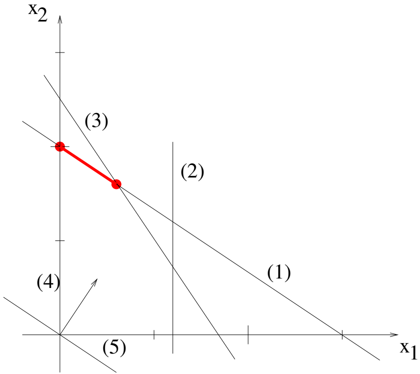
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$

Ett första exempel: Variation

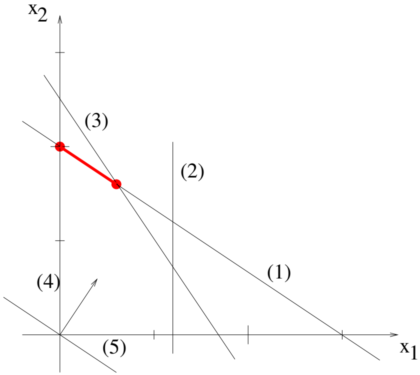
Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$ och $x_1 = 0, x_2 = 10, z = 30$

Ett första exempel: Variation

Istället för att ransonera tillgången på optiska enheter införs en straffavgift på 2 kr per enhet. Ny målfunktion: $\max z = 2x_1 + 3x_2$.



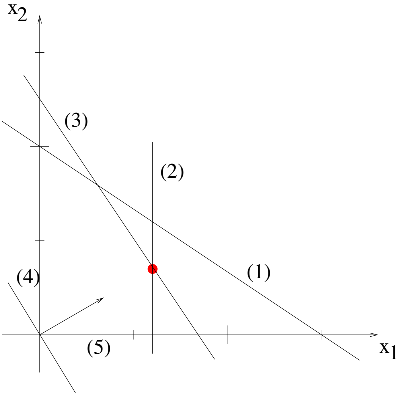
Icke-unik optimallösning: $x_1 = 3, x_2 = 8, z = 30$ och $x_1 = 0, x_2 = 10, z = 30$ samt alla som ligger mellan dem.

Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$

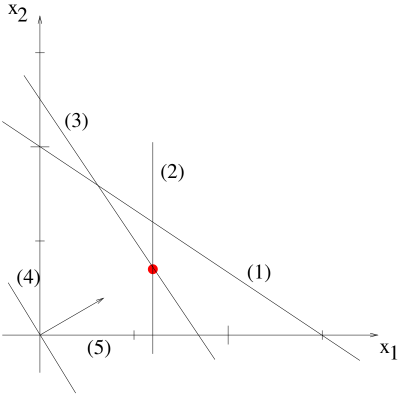
Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



Ett första exempel: Variation

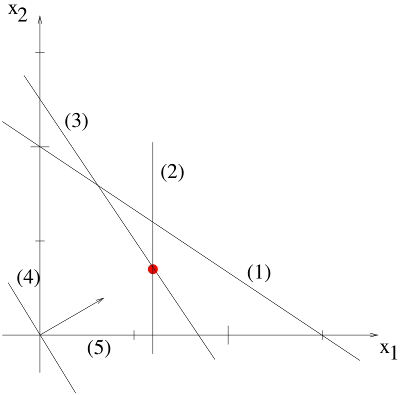
Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



LP-lösning: $x_1 = 6, x_2 = 3.5, z_{LP} = 40.5.$

Ett första exempel: Variation

Optimus ger intäkt 5 kr per enhet. Målfunktion: $\max z = 5x_1 + 3x_2$



LP-lösning: $x_1 = 6, x_2 = 3.5, z_{LP} = 40.5$. Icke heltalig optimallösning.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

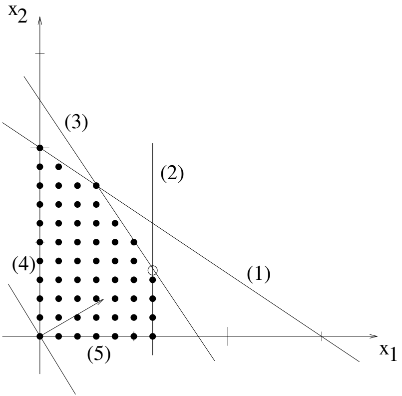
Antalet enheter måste vara heltal.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal

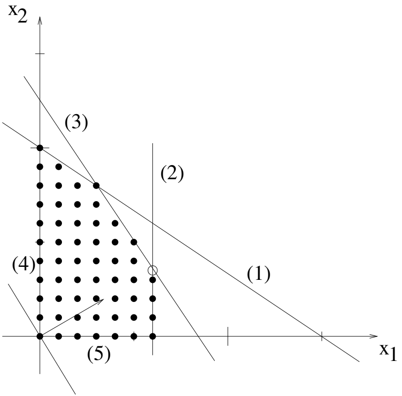
Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Ett första exempel: Heltalsproblemet

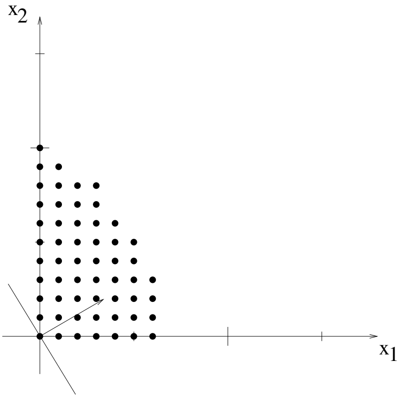
Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

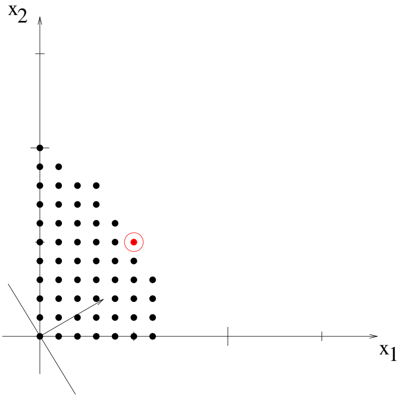
Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

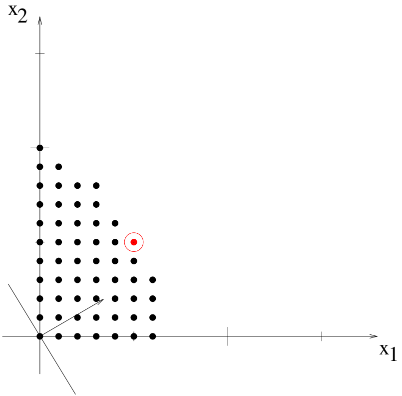
Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

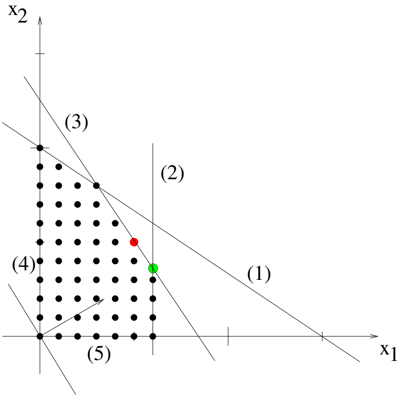
Antal enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Tillåtet område: Enbart de svarta prickarna.
Heltalslösning: $x_1 = 5, x_2 = 5, z^* = 40$
Gör 5 enheter av båda sorterna.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

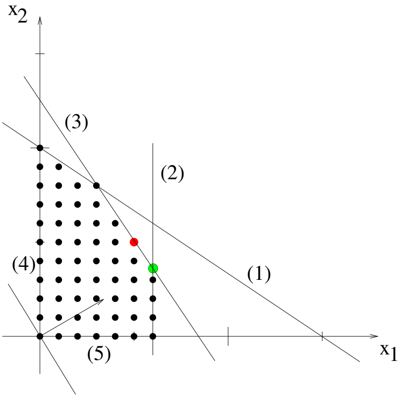
Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Skillnaden mellan LP-lösning och heltalslösning: $z^* - z_{LP} = 0.5$.

Ett första exempel: Heltalsproblemet

Antalet enheter måste vara heltal. Lägg till: x_1, x_2 heltal



Skillnaden mellan LP-lösning och heltalslösning: $z^* - z_{LP} = 0.5$.
Heltalsoptimum kan inte fås genom avrundning av LP-optimum.

Introduktion till komplexitet

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Vi skiljer på *polynomisk* komplexitet (lätt) och *exponentiell* (svår).

Introduktion till komplexitet

Teoretisk bas för frågorna:

- Är en viss metod bra eller dålig?
- Är ett visst problem lätt eller svårt?

Hur många operationer krävs, som funktion av indatas storlek, i värsta fall?

Vi skiljer på *polynomisk* komplexitet (lätt) och *exponentiell* (svår).

Ex: 2^n blir alltid större än n^4, om n blir stort nog.

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den bästa kända metoden för problemet?

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den bästa kända metoden för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den bästa kända metoden för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Svårare klasser: NP-fullständiga, NP-svåra

Introduktion till komplexitet

Vilken tidskomplexitet har den bästa kända metoden för problemet?

P är den klass av problem som kan lösas av en polynomisk algoritm.

Svårare klasser: NP-fullständiga, NP-svåra

Tro: Det finns ingen polynomisk algoritm för något NP-fullständigt/-svårt problem.

Introduktion till komplexitet

Exempel 1:
Sortera n heltal i stigande ordning: $O(n \log(n))$. Polynomisk algoritm.

Introduktion till komplexitet

Exempel 1:
Sortera n heltal i stigande ordning: $O(n \log(n))$. Polynomisk algoritm.

Exempel 2:
Genomlöpa alla hörn i en hyperkub i n dimensioner: $O(2^n)$. Exponentiell algoritm.

Heuristiker

“Smarta” metoder som ger “skapliga” lösningar.

Heuristiker

"Smarta" metoder som ger "skapliga" lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Heuristiker

"Smarta" metoder som ger "skapliga" lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Heuristiker

"Smarta" metoder som ger "skapliga" lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Heuristiker

"Smarta" metoder som ger "skapliga" lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Enda möjligheten för riktigt stora svåra problem.

Heuristiker

"Smarta" metoder som ger "skapliga" lösningar.

Ger ej garanterat optimum.

Men kan göra det om man har tur.

Snabbare än optimerande metoder.

Enda möjligheten för riktigt stora svåra problem.

Ofta: *NP*-svårt problem, polynomisk heuristik.