Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Ett linjärt problem

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Ett linjärt problem plus heltalskrav.

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Ett linjärt problem plus heltalskrav.

Vi kan lösa LP-relaxationen med Simplexmetoden,

Heltalsprogrammering

Man ska hyra in ett antal kranar för att lyfta saker under byggnationen av det nya Studenthuset.

Det finns två olika sorters kranar, med olika kapacitet och kostnad.

x_j anger hur många kranar av sort j man hyr in.

Man vill maximera total lyftkapacitet under bivillkoret att kostnaden inte överstiger den budgeterade.

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Ett linjärt problem plus heltalskrav.

Vi kan lösa LP-relaxationen med Simplexmetoden,

man får då kanske inte heltal.

Heltalsprogrammering

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i = 1, \ldots, m$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, \ldots, n$$

$$x_j \text{ heltal} \qquad j = 1, \ldots, n$$

$$\text{ofta} \quad x_j \leq u_j \qquad j = 1, \ldots, n$$

Heltalsprogrammering

$$\begin{aligned}
\max \quad & z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
\text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i = 1, \ldots, m \\
& x_j \geq 0 \qquad j = 1, \ldots, n \\
& x_j \text{ heltal} \qquad j = 1, \ldots, n \\
\\
\text{ofta} \quad & x_j \leq u_j \qquad j = 1, \ldots, n
\end{aligned}$$

Oftast c, A, b heltal. Ibland $u_j = 1$.

Heltalsprogrammering

$$\begin{aligned}
\max \quad & z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
\text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i = 1, \ldots, m \\
& x_j \geq 0 \qquad j = 1, \ldots, n \\
& x_j \text{ heltal} \qquad j = 1, \ldots, n \\
\\
\text{ofta} \quad & x_j \leq u_j \qquad j = 1, \ldots, n
\end{aligned}$$

Oftast c, A, b heltal. Ibland $u_j = 1$.

Obs: Tillåtna mängden ej konvex.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:
$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Vi måste göra minst ett av dem:

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Vi måste göra minst ett av dem: $x_1 + x_2 \geq 1$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Vi måste göra minst ett av dem: $x_1 + x_2 \geq 1$.

Vi får göra högst ett av dem:

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Vi måste göra minst ett av dem: $x_1 + x_2 \geq 1$.

Vi får göra högst ett av dem: $x_1 + x_2 \leq 1$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Logiska beslut:

$x_1 = 1$ om vi väljer alternativ 1, $x_2 = 1$ om vi väljer alternativ 2.

Alternativ 1 kostar c_1, alternativ 2 kostar c_2.

Vi måste göra ett av dem.

min $c_1x_1 + c_2x_2$ då $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 \in \{0, 1\}$, $x_2 \in \{0, 1\}$ plus andra bivillkor.

Vi måste göra minst ett av dem: $x_1 + x_2 \geq 1$.

Vi får göra högst ett av dem: $x_1 + x_2 \leq 1$.

Vi måste göra 5 av 17 alternativ: $\sum_{j=1}^{17} x_j = 5$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Formulera som följer (med $M >> x$)

$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + M(1 - y_1)$,

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Formulera som följer (med $M >> x$)

$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + M(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + M(1 - y_2)$,

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Formulera som följer (med $M >> x$)

$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + M(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + M(1 - y_2)$,
$y_1 + y_2 = 1$,

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Formulera som följer (med $M >> x$)

$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + M(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + M(1 - y_2)$,
$y_1 + y_2 = 1$,
$y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Antingen-eller-villkor:

Ex: I ord: Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

Formulera som följer (med $M >> x$)

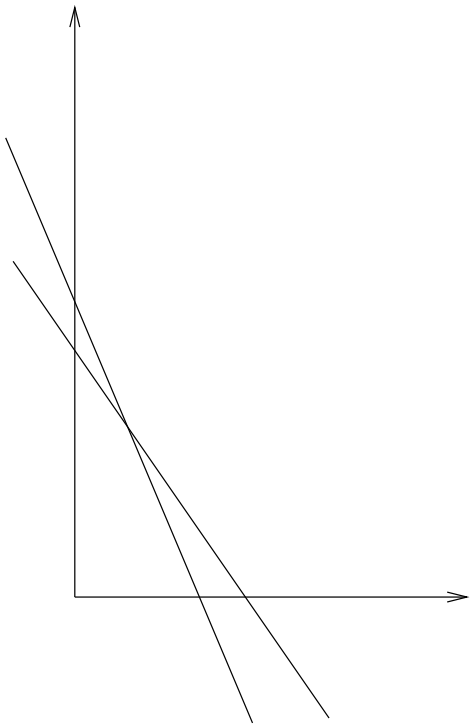
$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + M(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + M(1 - y_2)$,
$y_1 + y_2 = 1$,
$y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.

Utvidgning: minst 4 av 13 bivillkor skall gälla. $\sum_{j=1}^{13} y_j = 4$.

Antingen-eller-villkor: Exempel

Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

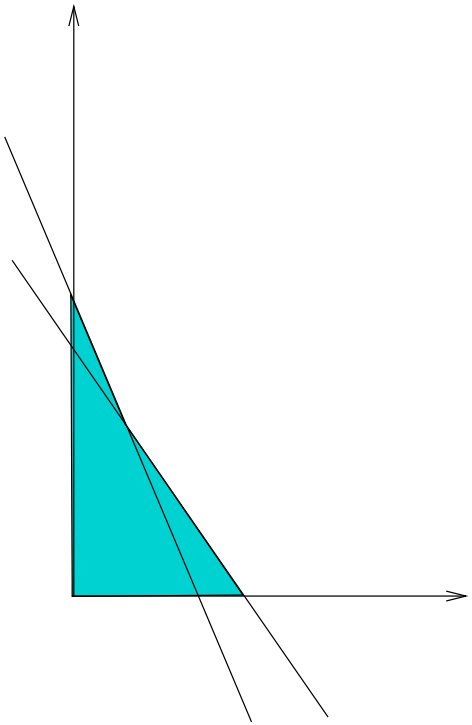
$M = 5$:
$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + 5(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + 5(1 - y_2)$,
$y_1 + y_2 = 1$, $y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.



Antingen-eller-villkor: Exempel

Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

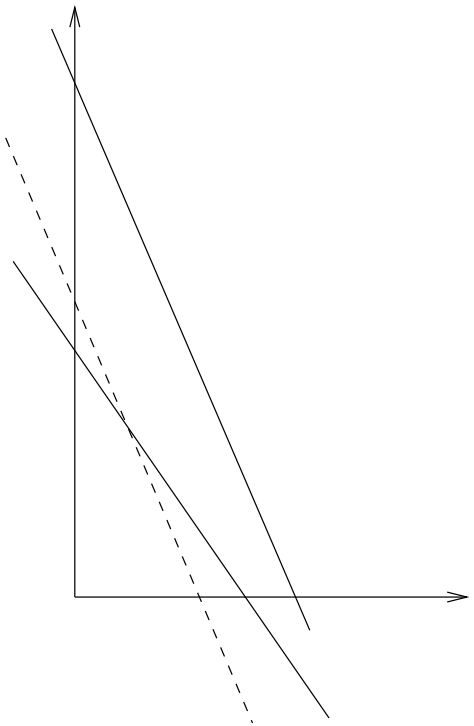
$M = 5$:
$2x_1 + 3x_2 \leq 5 + 5(1 - y_1)$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6 + 5(1 - y_2)$,
$y_1 + y_2 = 1$, $y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.



Antingen-eller-villkor: Exempel

Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

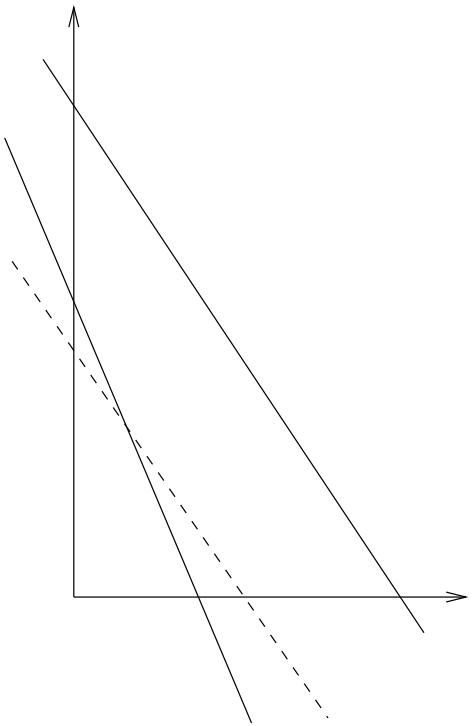
$M = 5$: $y_1 = 1$, $y_2 = 0$:
$2x_1 + 3x_2 \leq 5$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 11$,
$y_1 + y_2 = 1$, $y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.



Antingen-eller-villkor: Exempel

Antingen $2x_1 + 3x_2 \leq 5$ eller $5x_1 + 2x_2 \leq 6$.

$M = 5$: $y_1 = 0$, $y_2 = 1$:
$2x_1 + 3x_2 \leq 10$,
$5x_1 + 2x_2 \leq 6$,
$y_1 + y_2 = 1$, $y_1 \in \{0, 1\}$, $y_2 \in \{0, 1\}$.



Speciell användning av heltalsvariabler

Icke-konvexa tillåtna områden, t ex villkorliga undre gränser:

Speciell användning av heltalsvariabler

Icke-konvexa tillåtna områden, t ex villkorliga undre gränser:

I ord: $x = 0$ eller $x \geq L$.

Speciell användning av heltalsvariabler

Icke-konvexa tillåtna områden, t ex villkorliga undre gränser:

I ord: $x = 0$ eller $x \geq L$.

Formulera som

Speciell användning av heltalsvariabler

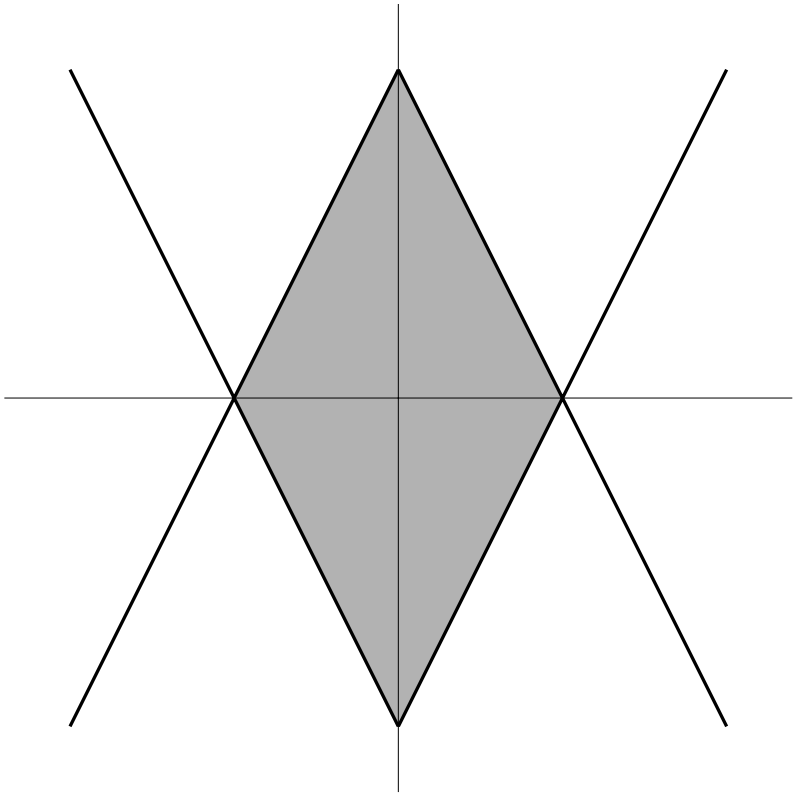
Icke-konvexa tillåtna områden, t ex villkorliga undre gränser:

I ord: $x = 0$ eller $x \geq L$.

Formulera som

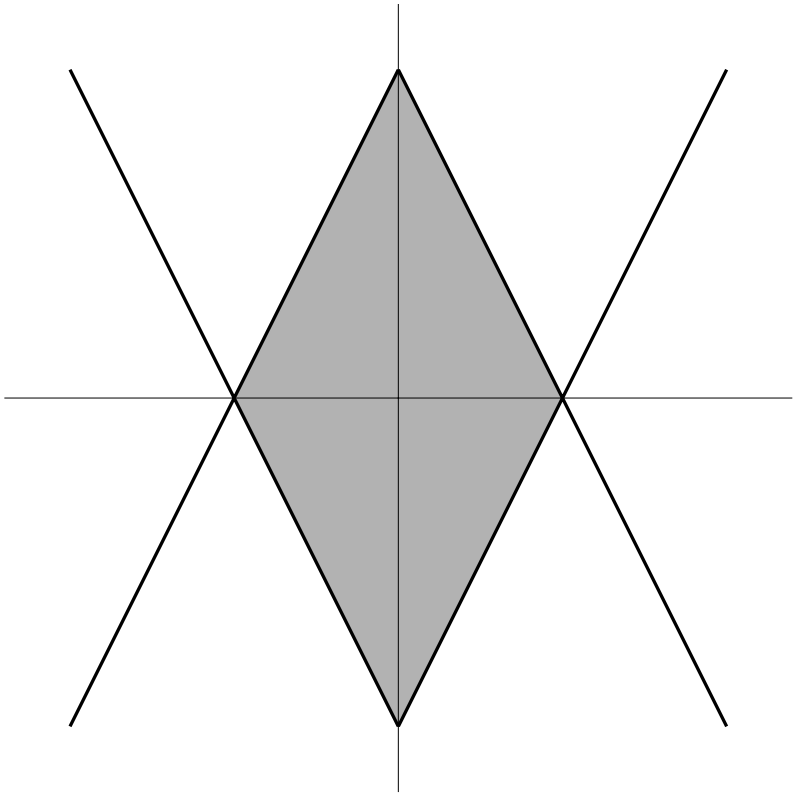
$Ly \leq x \leq My$, $y \in \{0, 1\}$.

Speciell användning av heltalsvariabler



Ett konvext område.

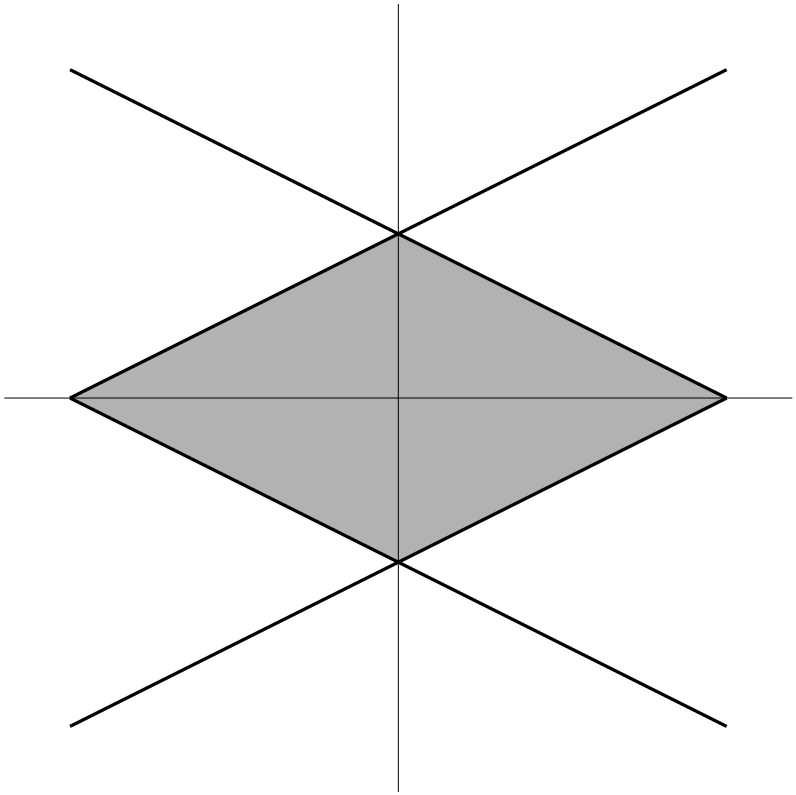
Speciell användning av heltalsvariabler



Ett konvext område.

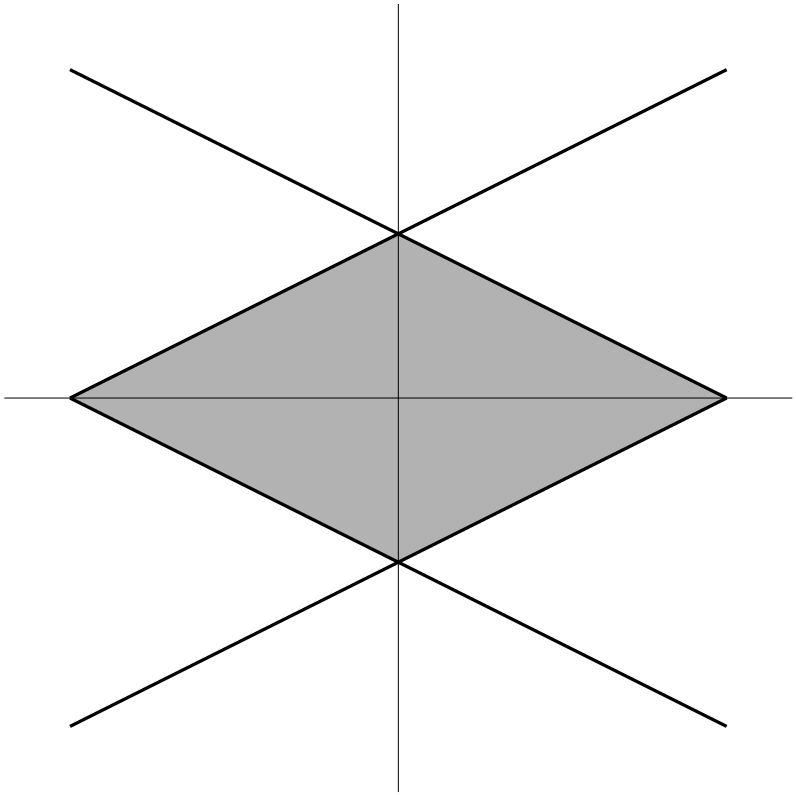
$y_1 = 0$ ger $x \in X_1$

Speciell användning av heltalsvariabler



Ett annat konvext område.

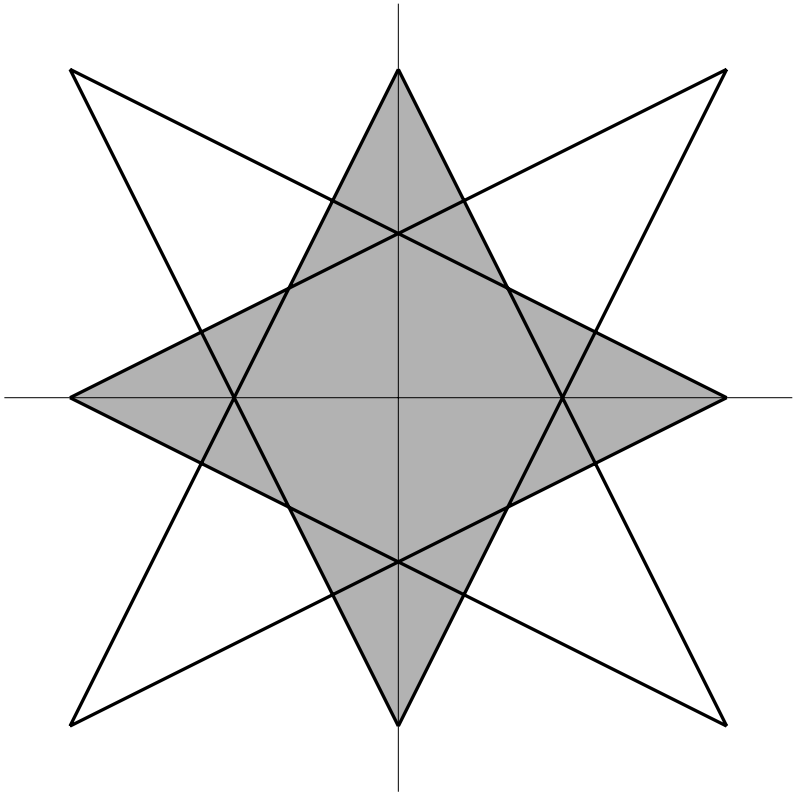
Speciell användning av heltalsvariabler



Ett annat konvext område.

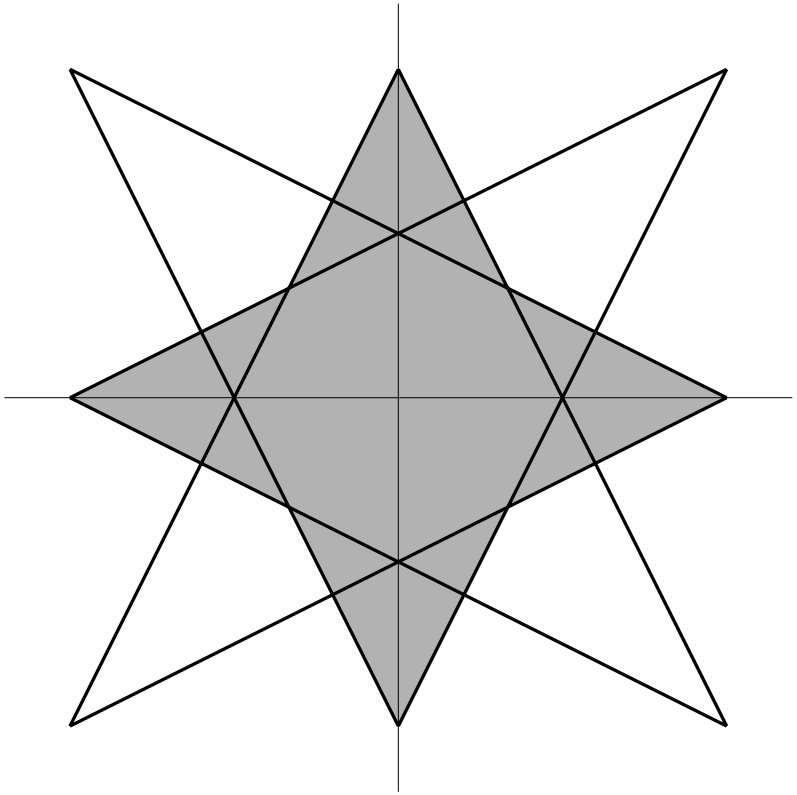
$y_2 = 0$ ger $x \in X_2$

Speciell användning av heltalsvariabler



Ett icke-konvext område. (Unionen av två konvexa områden.)

Speciell användning av heltalsvariabler



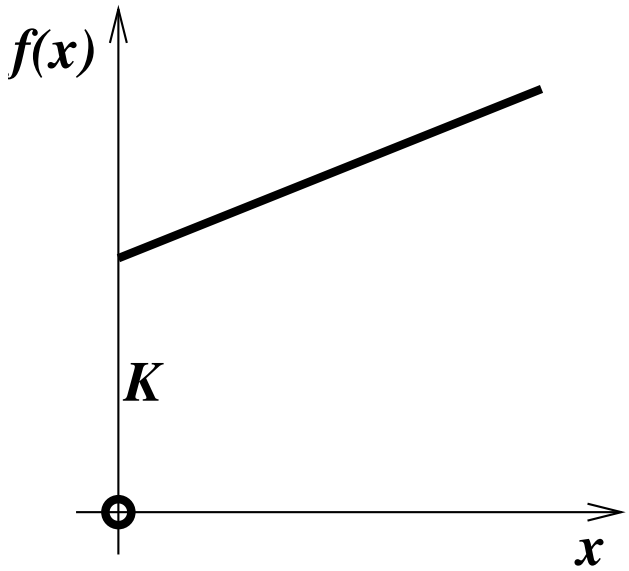
Ett icke-konvext område. (Unionen av två konvexa områden.)

$y_1 + y_2 = 1,\ y_1 \in \{0,1\}, y_2 \in \{0,1\}$ ger $x \in X_1 \cup X_2$

Speciell användning av heltalsvariabler

Fasta kostnader:

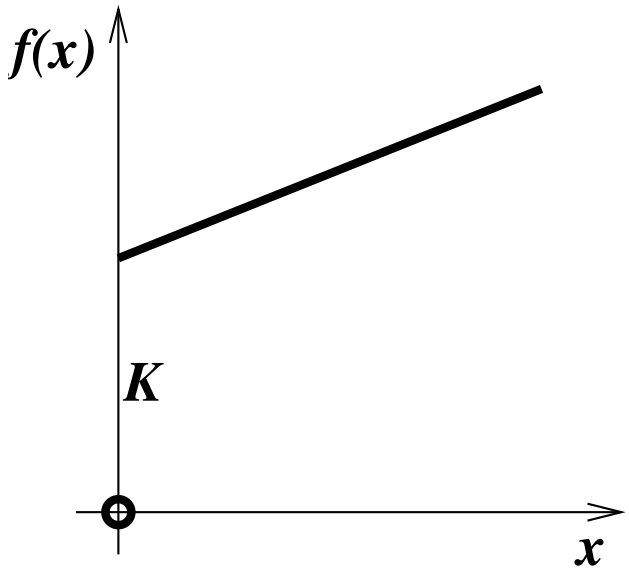
I ord: Kostnaden är 0 om $x = 0$, men $K + cx$ om $x > 0$.



Speciell användning av heltalsvariabler

Fasta kostnader:

I ord: Kostnaden är 0 om $x = 0$, men $K + cx$ om $x > 0$.

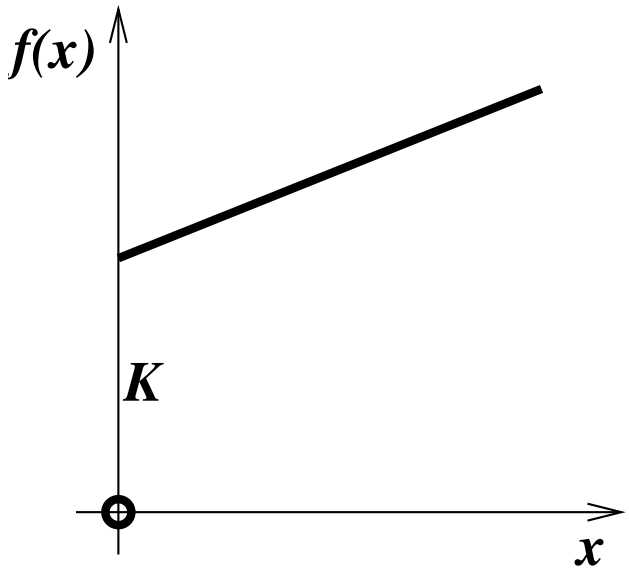


I ord: Fast kostnad: $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ om } x = 0 \\ K + cx \text{ om } x > 0 \end{cases}$

Speciell användning av heltalsvariabler

Fasta kostnader:

I ord: Kostnaden är 0 om $x = 0$, men $K + cx$ om $x > 0$.



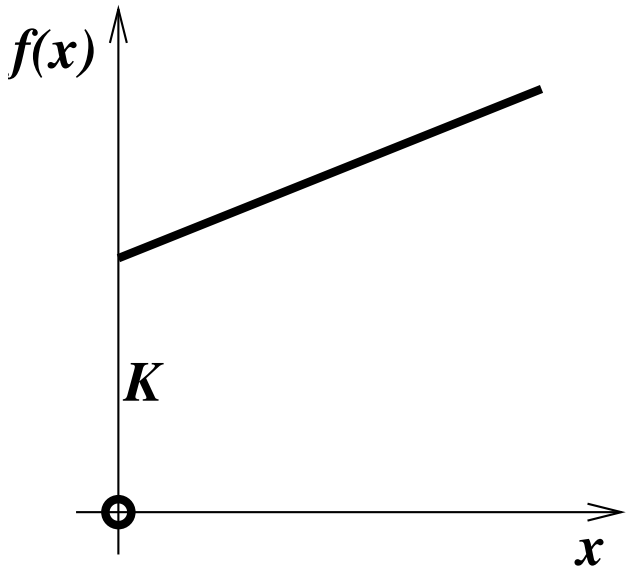
I ord: Fast kostnad: $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ om } x = 0 \\ K + cx \text{ om } x > 0 \end{cases}$

Modellera som: $f(x) = cx + Ky \quad \text{där} \quad x \leq My,\ y \in \{0, 1\}$

Speciell användning av heltalsvariabler

Fasta kostnader:

I ord: Kostnaden är 0 om $x = 0$, men $K + cx$ om $x > 0$.



I ord: Fast kostnad: $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ om } x = 0 \\ K + cx \text{ om } x > 0 \end{cases}$

Modellera som: $f(x) = cx + Ky \quad \text{där} \quad x \leq My,\ y \in \{0, 1\}$

Förutsätter minimering.

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \text{ heltal} \quad j = 1, \ldots, n$$

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

$$\begin{aligned} \max \quad z = & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \text{ heltal} \quad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Ett bivillkor. (Ickenegativa koefficienter.)

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

$$\begin{aligned} \max \quad z = & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \text{ heltal} \quad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Ett bivillkor. (Ickenegativa koefficienter.)

LP-relaxationen kan lösas med en greedy-metod:

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

$$\begin{aligned} \max \quad z = & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \text{ heltal} \quad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Ett bivillkor. (Ickenegativa koefficienter.)

LP-relaxationen kan lösas med en greedy-metod:

Sortera enligt $\max_j(c_j/a_j)$. Fyll på bäst först.

Heltalsprogrammering: Speciella problem

Kappsäcksproblemet:

$$\begin{aligned} \max \quad z = & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b \\ & 0 \leq x_j \leq u_j, \text{ heltal} \quad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Ett bivillkor. (Ickenegativa koefficienter.)

LP-relaxationen kan lösas med en greedy-metod:

Sortera enligt $\max_j(c_j/a_j)$. Fyll på bäst först.
(Härled med LP-dualitet.)

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Indata: $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om effekt } i \text{ ges av åtgärd } j \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Indata: $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om effekt } i \text{ ges av åtgärd } j \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Åtgärd j kostar c_j. Minimera totalkostnaden.

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Indata: $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om effekt } i \text{ ges av åtgärd } j \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Åtgärd j kostar c_j. Minimera totalkostnaden.

Variabeldefinition: $x_j = \begin{cases} 1 \text{ om åtgärd } j \text{ utförs} \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Indata: $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om effekt } i \text{ ges av åtgärd } j \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Åtgärd j kostar c_j. Minimera totalkostnaden.

Variabeldefinition: $x_j = \begin{cases} 1 \text{ om åtgärd } j \text{ utförs} \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & x_j \in \{0, 1\} \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Övertäckningsproblemet

Vilka åtgärder skall göras för att varje effekt skall erhållas?

Indata: $a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ om effekt } i \text{ ges av åtgärd } j \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

Åtgärd j kostar c_j. Minimera totalkostnaden.

Variabeldefinition: $x_j = \begin{cases} 1 \text{ om åtgärd } j \text{ utförs} \\ 0 \text{ om inte} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{då} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1 \qquad i = 1, \ldots, m \\ & x_j \in \{0, 1\} \qquad j = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

Uppdelningsproblemet (partioneringsproblemet): Likhet i bivillkoren.

Lokaliseringsproblemet

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Transportkostnad från anläggning i till kund j: c_{ij} per enhet.

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Transportkostnad från anläggning i till kund j: c_{ij} per enhet.

Vilka anläggningar skall byggas?

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Transportkostnad från anläggning i till kund j: c_{ij} per enhet.

Vilka anläggningar skall byggas?

Hur mycket ska varje anläggning skicka till varje kund?

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Transportkostnad från anläggning i till kund j: c_{ij} per enhet.

Vilka anläggningar skall byggas?

Hur mycket ska varje anläggning skicka till varje kund?

Minimera totala byggkostnader och transportkostnader.

Lokaliseringsproblemet

Anläggning i: Fast kostnad f_i, kapacitet s_i.

Kund j: Efterfrågan d_j.

Transportkostnad från anläggning i till kund j: c_{ij} per enhet.

Vilka anläggningar skall byggas?

Hur mycket ska varje anläggning skicka till varje kund?

Minimera totala byggkostnader och transportkostnader.

Variabeldefinition:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{om anläggning } i \text{ byggs} \\ 0 & \text{om inte.} \end{cases}$$

x_{ij} = antal enheter som skickas från anläggning i till kund j

Lokaliseringsproblemet

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i$$

$$\begin{aligned}
\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} &\leq s_i y_i && \text{för alla } i && (1)\\
\sum_{i=1}^{m} x_{ij} &= d_j && \text{för alla } j && (2)\\
x_{ij} - s_i y_i &\leq 0 && \text{för alla } i,j && (3)\\
x_{ij} &\geq 0 && \text{för alla } i,j && (4)\\
y_i &\in \{0,1\} && \text{för alla } i && (5)
\end{aligned}$$

Lokaliseringsproblemet

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i$$

$$\begin{aligned}
\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} &\leq s_i y_i && \text{för alla } i && (1)\\
\sum_{i=1}^{m} x_{ij} &= d_j && \text{för alla } j && (2)\\
x_{ij} - s_i y_i &\leq 0 && \text{för alla } i,j && (3)\\
x_{ij} &\geq 0 && \text{för alla } i,j && (4)\\
y_i &\in \{0,1\} && \text{för alla } i && (5)
\end{aligned}$$

Behövs bivillkor 3?

Lokaliseringsproblemet

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i$$

$$\begin{aligned}
\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} &\leq s_i y_i && \text{för alla } i && (1)\\
\sum_{i=1}^{m} x_{ij} &= d_j && \text{för alla } j && (2)\\
x_{ij} - s_i y_i &\leq 0 && \text{för alla } i,j && (3)\\
x_{ij} &\geq 0 && \text{för alla } i,j && (4)\\
y_i &\in \{0,1\} && \text{för alla } i && (5)
\end{aligned}$$

Behövs bivillkor 3? (se lab 4)

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Trafikbehov k: startnod $o(k)$, slutnod $d(k)$, behov r^k.

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Trafikbehov k: startnod $o(k)$, slutnod $d(k)$, behov r^k.

Kostnad för länk (i, j): Fast kostnad: f_{ij}, rörlig kostnad: c_{ij}^k.

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Trafikbehov k: startnod $o(k)$, slutnod $d(k)$, behov r^k.

Kostnad för länk (i, j): Fast kostnad: f_{ij}, rörlig kostnad: c_{ij}^k.

Maxkapacitet för länk (i, j): u_{ij}.

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Trafikbehov k: startnod $o(k)$, slutnod $d(k)$, behov r^k.

Kostnad för länk (i, j): Fast kostnad: f_{ij}, rörlig kostnad: c_{ij}^k.

Maxkapacitet för länk (i, j): u_{ij}.

Uppfyll trafikbehoven till minsta kostnad.

Nätverksdesignproblemet

Noder: $\mathcal{N}$. Möjliga länkar: $\mathcal{A}$.

Trafikbehov k: startnod $o(k)$, slutnod $d(k)$, behov r^k.

Kostnad för länk (i,j): Fast kostnad: f_{ij}, rörlig kostnad: c_{ij}^k.

Maxkapacitet för länk (i,j): u_{ij}.

Uppfyll trafikbehoven till minsta kostnad.

Variabeldefinition:

x_{ij}^k = flöde från $o(k)$ till $d(k)$ i länk (i,j),

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{om länk } (i,j) \text{ används} \\ 0 & \text{om inte.} \end{cases}$$

Nätverksdesignproblemet

$$\min \sum_{k\in\mathcal{C}} \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} f_{ij} y_{ij}$$

$$\text{då} \quad \sum_{j:(j,i)\in\mathcal{A}} x_{ji}^k - \sum_{j:(i,j)\in\mathcal{A}} x_{ij}^k = b_i^k \qquad \text{för alla } i \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{C} \qquad (1)$$

$$\sum_{k\in\mathcal{C}} x_{ij}^k \leq u_{ij} y_{ij} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (2)$$

$$x_{ij}^k \leq d_{ij}^k y_{ij} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{C} \qquad (3)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{C} \qquad (4)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (5)$$

Nätverksdesignproblemet

$$\min \sum_{k\in\mathcal{C}} \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} f_{ij} y_{ij}$$

$$\text{då} \quad \sum_{j:(j,i)\in\mathcal{A}} x_{ji}^k - \sum_{j:(i,j)\in\mathcal{A}} x_{ij}^k = b_i^k \qquad \text{för alla } i \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{C} \qquad (1)$$

$$\sum_{k\in\mathcal{C}} x_{ij}^k \leq u_{ij} y_{ij} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (2)$$

$$x_{ij}^k \leq d_{ij}^k y_{ij} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{C} \qquad (3)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{C} \qquad (4)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \text{för alla } (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (5)$$

där $d_{ij}^k = \min(r^k, u_{ij})$ och

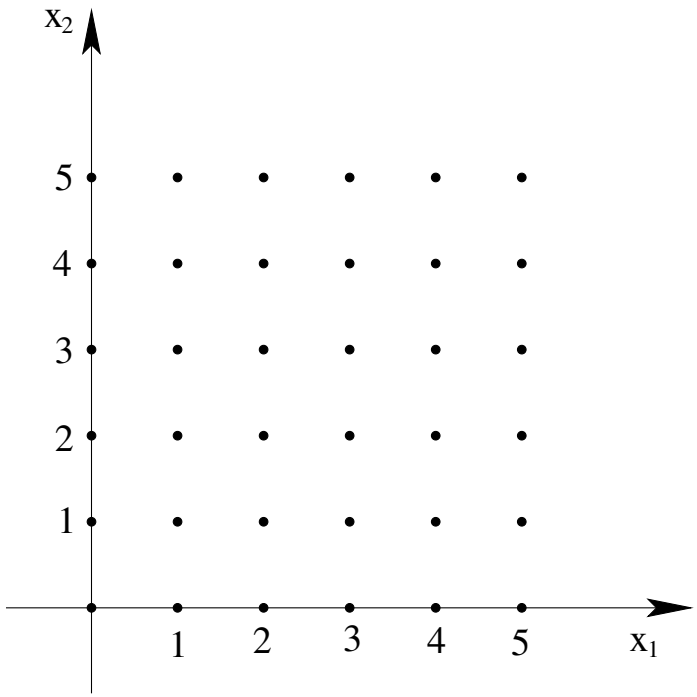
$$b_i^k = \begin{cases} -r^k & \text{om } i = o(k) \\ r^k & \text{om } i = d(k) \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 \geq 0 & & & \\
 & & x_1, x_2 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

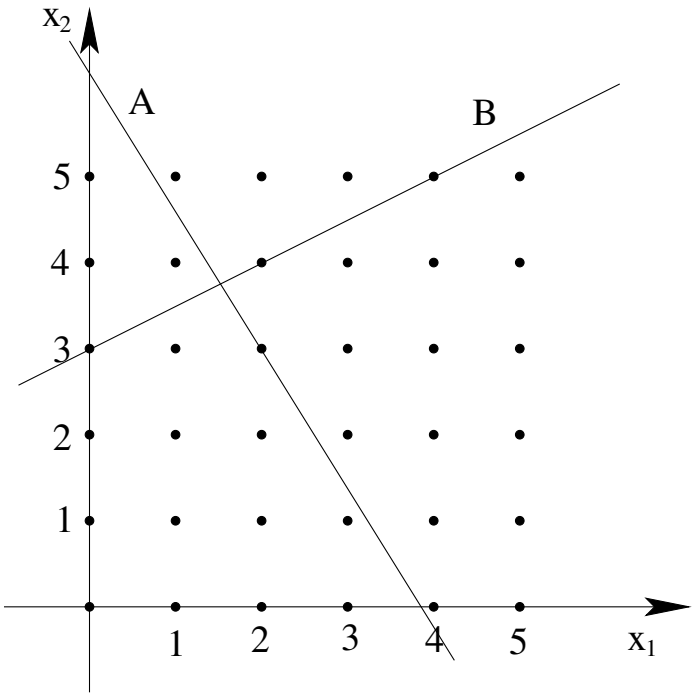
Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq \ 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq \ 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 & \geq 0 & & \\
& & x_1, x_2 & \text{heltal} & &
\end{array}
$$



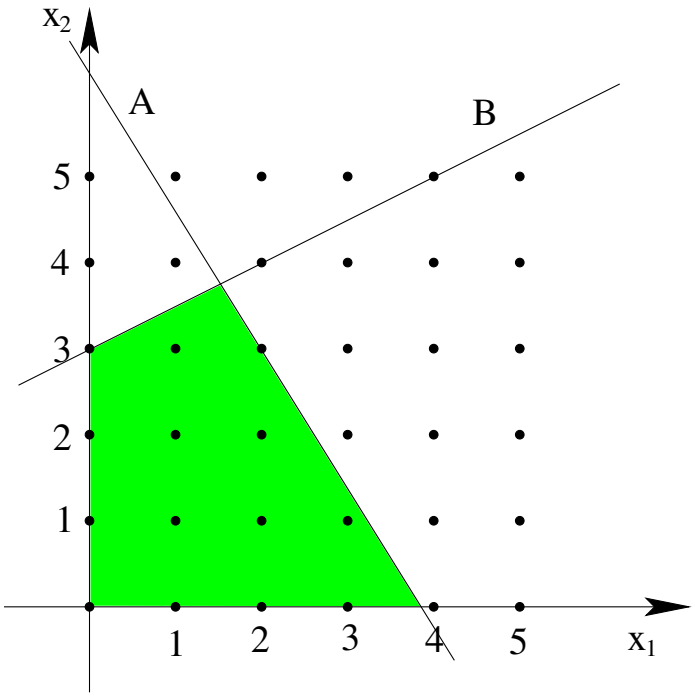
Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq \ 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq \ 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 & & & \\
& & x_1, x_2 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$



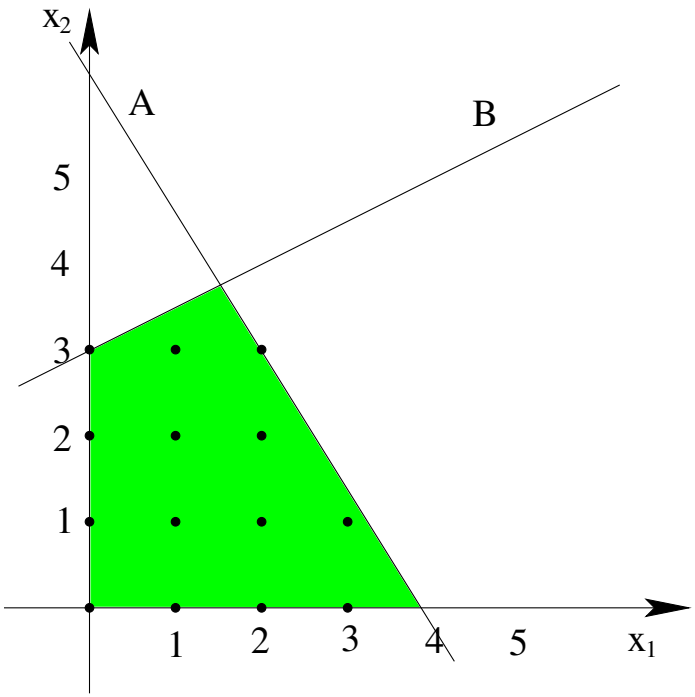
Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq \ 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq \ 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 & & & \\
& & x_1, x_2 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$



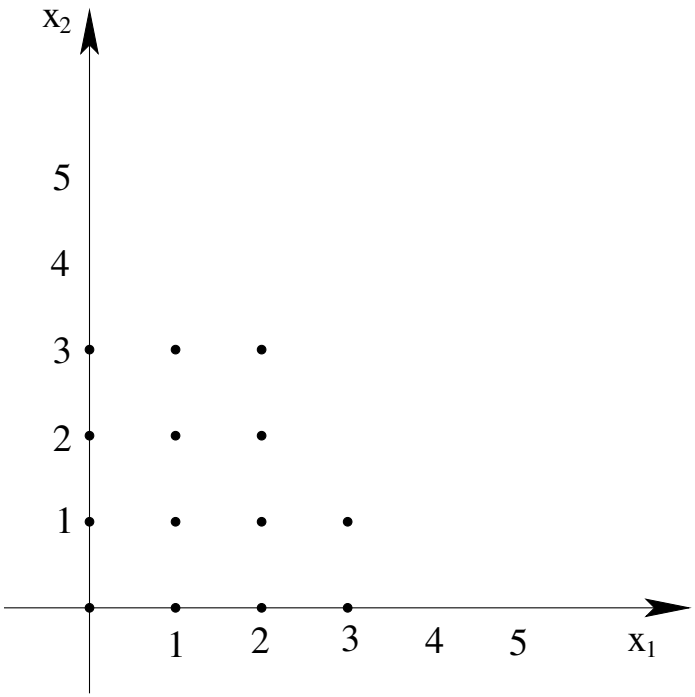
Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq \ 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq \ 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 & & & \\
& & x_1, x_2 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$



Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{lrrrrrl}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 & \geq 0 & & & \\
& & x_1, x_2 & \text{heltal} & & &
\end{array}
$$



Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrrrrl}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 & +2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 & \geq 0 & & & \\
 & & x_1, x_2 & \text{heltal} & & &
\end{array}
$$

. . .

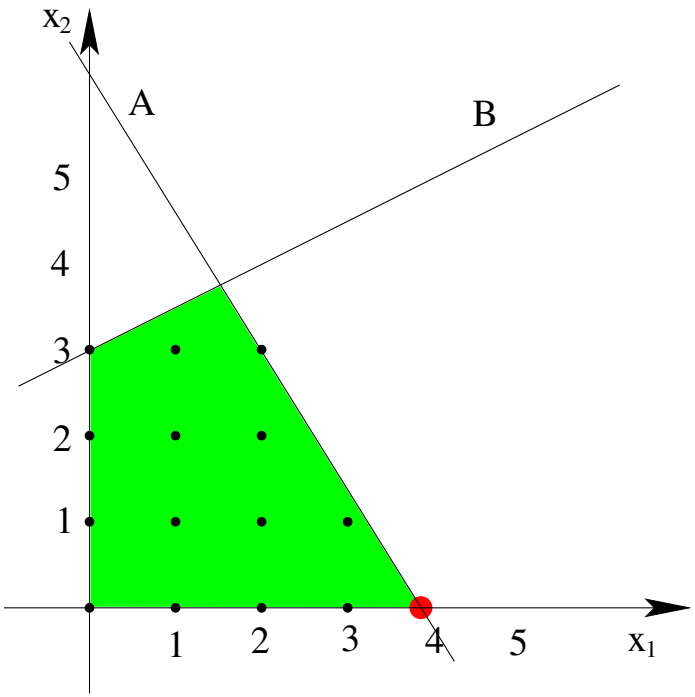
. . .

. . . .

. . . .

Heltalsprogrammering: Exempel

$$
\begin{array}{llrcll}
\max & z = & 30x_1 & +18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & +5x_2 & \leq \ 31 & (A) \\
& & -x_1 & +2x_2 & \leq \ 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 & & & \\
& & x_1, x_2 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$



LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Heltalsprogrammering: Exempel

LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Heltalsprogrammering: Exempel

LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Sats

LP-relaxationen ger en optimistisk uppskattning av z^*.
För max-problem: $z_{LP} \geq z^*$.

Heltalsprogrammering: Exempel

LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Sats

LP-relaxationen ger en optimistisk uppskattning av z^*.
För max-problem: $z_{LP} \geq z^*$.

Alltså $z^* \leq 116.25$

Heltalsprogrammering: Exempel

LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Sats

LP-relaxationen ger en optimistisk uppskattning av z^*.
För max-problem: $z_{LP} \geq z^*$.

Alltså $z^* \leq 116.25$

Alla koefficienter i målfunktionen är heltal. Alla variabler skall vara heltal.
$\Rightarrow z^*$ heltal. Avrunda z_{LP} neråt.

Heltalsprogrammering: Exempel

LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Sats

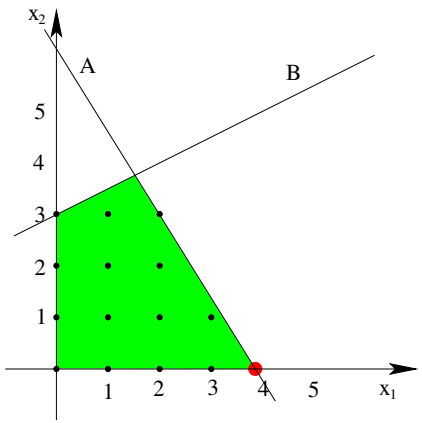
LP-relaxationen ger en optimistisk uppskattning av z^*.
För max-problem: $z_{LP} \geq z^*$.

Alltså $z^* \leq 116.25$

Alla koefficienter i målfunktionen är heltal. Alla variabler skall vara heltal.
$\Rightarrow z^*$ heltal. Avrunda z_{LP} neråt.

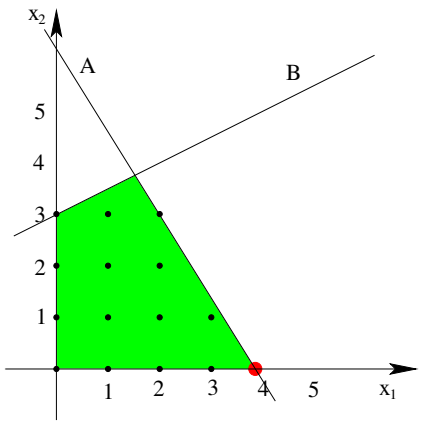
$\therefore z^* \leq 116$

Heltalsprogrammering: Exempel



LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

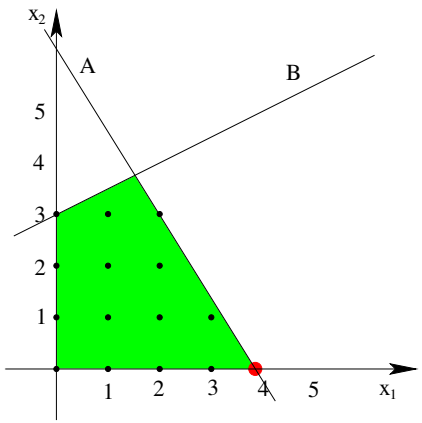
Heltalsprogrammering: Exempel



LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Avrundning: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$. Ej tillåten.

Heltalsprogrammering: Exempel

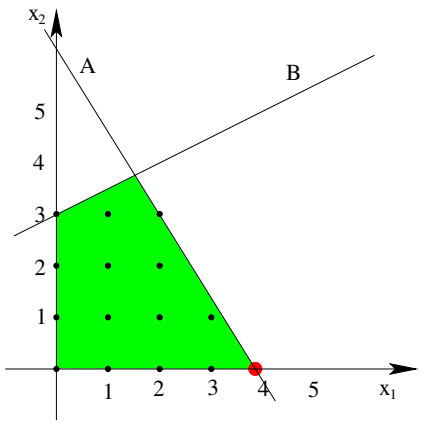


LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Avrundning: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$. Ej tillåten.

Avrundning till närmaste tillåtna punkt: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$. $z = 90$.

Heltalsprogrammering: Exempel



LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

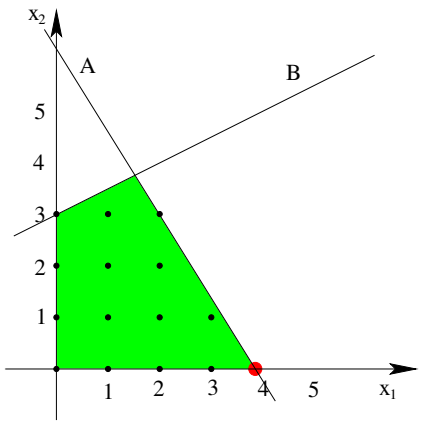
Avrundning: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$. Ej tillåten.

Avrundning till närmaste tillåtna punkt: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$. $z = 90$.

Sats

Varje tillåten lösning ger en pessimistisk uppskattning av z^*. För max-problem: $z \leq z^*$.

Heltalsprogrammering: Exempel



LP-relaxationen: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$.

Avrundning: $x_1 = 4$, $x_2 = 0$. Ej tillåten.

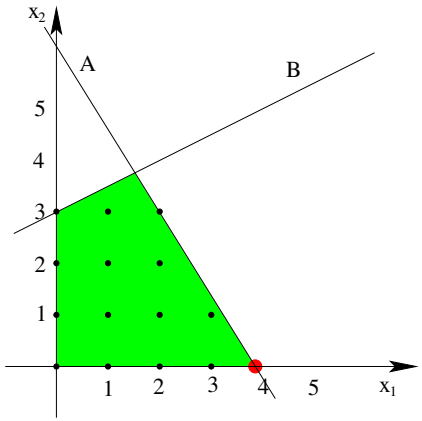
Avrundning till närmaste tillåtna punkt: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$. $z = 90$.

Sats

Varje tillåten lösning ger en pessimistisk uppskattning av z^*. För max-problem: $z \leq z^*$.

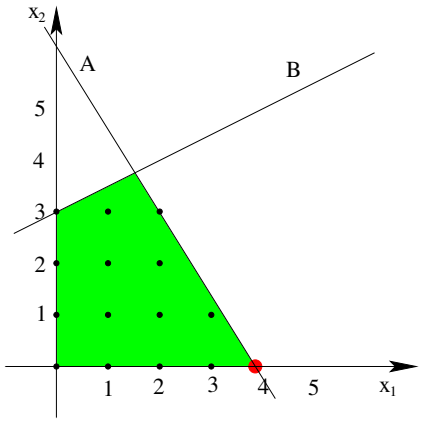
$\therefore 90 \leq z^* \leq 116$

Heltalsprogrammering: Exempel



Förbättra gränserna:

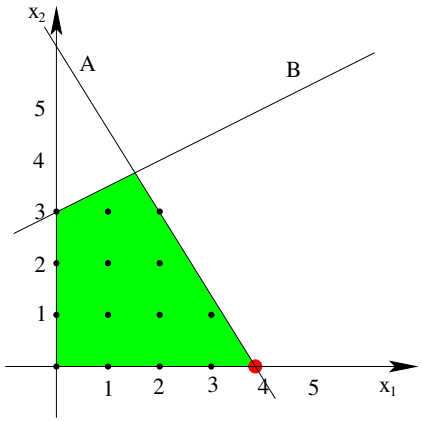
Heltalsprogrammering: Exempel



Förbättra gränserna:

Enkel lokal sökning: Ändra en variabel i taget.

Heltalsprogrammering: Exempel

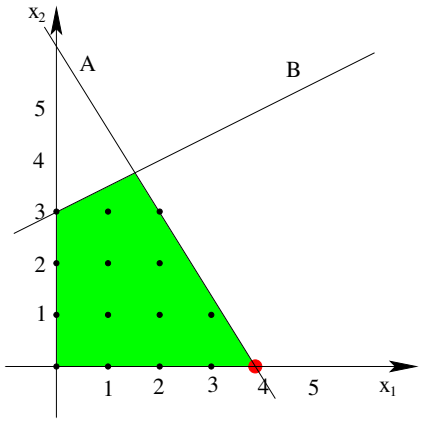


Förbättra gränserna:

Enkel lokal sökning: Ändra en variabel i taget.

Tillåtet att öka x_2 till 1. $\Rightarrow z = 108$.

Heltalsprogrammering: Exempel



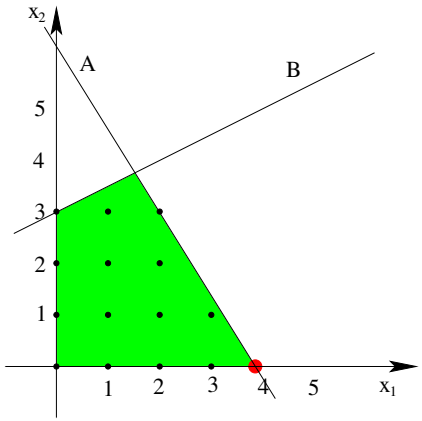
Förbättra gränserna:

Enkel lokal sökning: Ändra en variabel i taget.

Tillåtet att öka x_2 till 1. $\Rightarrow z = 108$.

Ingen enkel ändring ger förbättring: Lokalt optimum.

Heltalsprogrammering: Exempel



Förbättra gränserna:

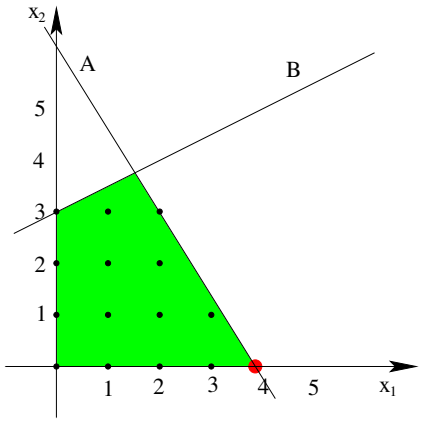
Enkel lokal sökning: Ändra en variabel i taget.

Tillåtet att öka x_2 till 1. $\Rightarrow z = 108$.

Ingen enkel ändring ger förbättring: Lokalt optimum.

$\therefore 108 \leq z^* \leq 116$

Heltalsprogrammering: Exempel



Förbättra gränserna:

Enkel lokal sökning: Ändra en variabel i taget.

Tillåtet att öka x_2 till 1. $\Rightarrow z = 108$.

Ingen enkel ändring ger förbättring: Lokalt optimum.

$\therefore 108 \leq z^* \leq 116$

(Optimum: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ och $z^* = 114$.)

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande / heuristisk?

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande / heuristisk?

LP-baserad

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande / heuristisk?

LP-baserad / kombinatorisk?

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande / heuristisk?

LP-baserad / kombinatorisk?

Trädsökning

Heltalsprogrammering: Vägval

Optimerande / heuristisk?

LP-baserad / kombinatorisk?

Trädsökning / plansnittning?

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare. Inga garantier.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare. Inga garantier. Bevisar ej optimalitet.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare. Inga garantier. Bevisar ej optimalitet.

Konstruktiva metoder.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare. Inga garantier. Bevisar ej optimalitet.

Konstruktiva metoder.

Sökmetoder.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Optimerande metod: Finner garanterat optimum (och bevisar det).

Fullständig uppräkning av alla möjliga lösningar: Nej!

Ofullständig uppräkning kan vara bra. Kan dock aldrig garantera polynomisk lösningstid.

Heuristik: Snabbare. Inga garantier. Bevisar ej optimalitet.

Konstruktiva metoder.

Sökmetoder.

Lagrangerelaxation.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

- Lös LP-relaxationen.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

- Lös LP-relaxationen.
- Modifiera LP-problemet.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

- Lös LP-relaxationen.
- Modifiera LP-problemet.
- Lös om.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

- Lös LP-relaxationen.
- Modifiera LP-problemet.
- Lös om.

Kombinatorisk metod:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

LP-baserad metod:

- Lös LP-relaxationen.
- Modifiera LP-problemet.
- Lös om.

Kombinatorisk metod:

- Utgå från problemets kombinatoriska struktur. (0/1)

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).
- "Branch-and-bound"

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).
- "Branch-and-bound"

Plansnittning:

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).
- "Branch-and-bound"

Plansnittning:

- Lägg till bivillkor som skär bort LP-optimum, men inte någon tillåten heltalslösning.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).
- "Branch-and-bound"

Plansnittning:

- Lägg till bivillkor som skär bort LP-optimum, men inte någon tillåten heltalslösning.
- Ett LP-problem.

Heltalsprogrammering: Metodprinciper

Trädsökning:

- Relaxation.
- Förgrening: Dela upp problemet i flera (disjunkta) problem.
- Rekursivt.
- Kapa grenar.
- Avsöka hela trädet.
- Övre och undre gränser (för z^*).
- "Branch-and-bound"

Plansnittning:

- Lägg till bivillkor som skär bort LP-optimum, men inte någon tillåten heltalslösning.
- Ett LP-problem.
- Ökande storlek.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening:

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.
- Inte kan ge någon bättre lösning.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.
- Inte kan ge någon bättre lösning.
- Ger heltalslösning.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.
- Inte kan ge någon bättre lösning.
- Ger heltalslösning.

Varje ny förgrening innebär ytterligare begränsningar.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.
- Inte kan ge någon bättre lösning.
- Ger heltalslösning.

Varje ny förgrening innebär ytterligare begränsningar. Optimistiska uppskattningen z_{LP} kan ej bli bättre, när vi går djupare i trädet.

Heltalsprogrammering: LP-baserad trädsökning

Land-Doig-Dakins metod:

Relaxation: LP-relaxationen.

Förgrening: Skapa två nya problem:
Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.

Kapa grenar som:

- Inte kan ge någon tillåten lösning.
- Inte kan ge någon bättre lösning.
- Ger heltalslösning.

Varje ny förgrening innebär ytterligare begränsningar. Optimistiska uppskattningen z_{LP} kan ej bli bättre, när vi går djupare i trädet.

Varje tillåten lösning ger en pessimistisk uppskattning, $\underline{z}$, som gäller i hela trädet.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Undersökning av LP-problem:

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Undersökning av LP-problem:

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Undersökning av LP-problem:

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om z_{LP} är *sämre* än känd lösning $\underline{z}$: Kapa grenen.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Undersökning av LP-problem:

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om z_{LP} är *sämre* än känd lösning $\underline{z}$: Kapa grenen.
- Om lösningen är *heltalig* och z_{LP} är *bättre* än känd lösning $\underline{z}$: Spara lösningen. Kapa grenen.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Undersökning av LP-problem:

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om z_{LP} är *sämre* än känd lösning $\underline{z}$: Kapa grenen.
- Om lösningen är *heltalig* och z_{LP} är *bättre* än känd lösning $\underline{z}$: Spara lösningen. Kapa grenen.
- Om lösningen inte är heltalig och z_{LP} är bättre än känd lösning $\underline{z}$: Förgrena.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Om den saknar tillåten lösning: Kapa grenen. Gå till 1.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Om den saknar tillåten lösning: Kapa grenen. Gå till 1.

3. Om $z_{LP} \leq \underline{z}$: Kapa grenen. Gå till 1.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Om den saknar tillåten lösning: Kapa grenen. Gå till 1.

3. Om $z_{LP} \leq \underline{z}$: Kapa grenen. Gå till 1.

4. Om lösningen är heltalig: Spara lösningen och kapa grenen. Gå till 1.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Om den saknar tillåten lösning: Kapa grenen. Gå till 1.

3. Om $z_{LP} \leq \underline{z}$: Kapa grenen. Gå till 1.

4. Om lösningen är heltalig: Spara lösningen och kapa grenen. Gå till 1.

5. Förgrena: Välj en variabel, x_j, som ej är heltal, $\bar{x}_j$. Skapa två nya problem:

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Algoritm (max):

1. Om inget oavsökt problem återstår: Stopp.

Annars välj ett oavsökt problem.

2. Lös LP-relaxationen (simplexmetoden).

Om den saknar tillåten lösning: Kapa grenen. Gå till 1.

3. Om $z_{LP} \leq \underline{z}$: Kapa grenen. Gå till 1.

4. Om lösningen är heltalig: Spara lösningen och kapa grenen. Gå till 1.

5. Förgrena: Välj en variabel, x_j, som ej är heltal, $\bar{x}_j$. Skapa två nya problem:

Ett där $x_j \leq \lfloor \bar{x}_j \rfloor$ och ett där $x_j \geq \lceil \bar{x}_j \rceil = \lfloor \bar{x}_j \rfloor + 1$.
Gå till 1.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

- Förgreningsstrategi (vilken variabel först).

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

- Förgreningsstrategi (vilken variabel först).
- Nodavsökningsstrategi (vilken nod/problem först).

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

- Förgreningsstrategi (vilken variabel först).
- Nodavsökningsstrategi (vilken nod/problem först).

Exempel:
Djup-först.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

- Förgreningsstrategi (vilken variabel först).
- Nodavsökningsstrategi (vilken nod/problem först).

Exempel:
Djup-först.

Förgrena över variabeln med störst fraktionell del först.
Gå ner i ($\geq$)-grenen först.

Heltalsprogrammering: Land-Doig-Dakins metod

Specificera:

- Förgreningsstrategi (vilken variabel först).
- Nodavsökningsstrategi (vilken nod/problem först).

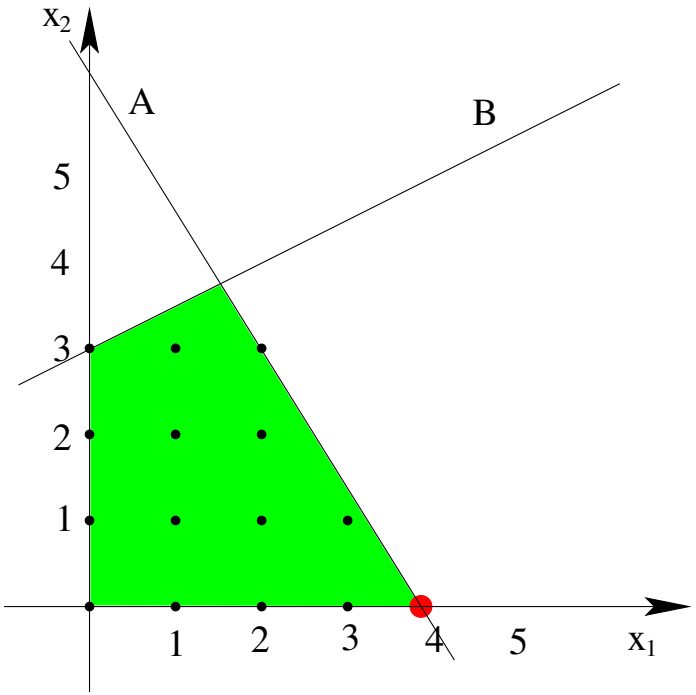
Exempel:
Djup-först.

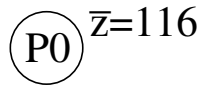
Förgrena över variabeln med störst fraktionell del först.
Gå ner i ($\geq$)-grenen först.

Förgrena över variabeln med minst fraktionell del först.
Gå ner i ($\leq$)-grenen först.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$



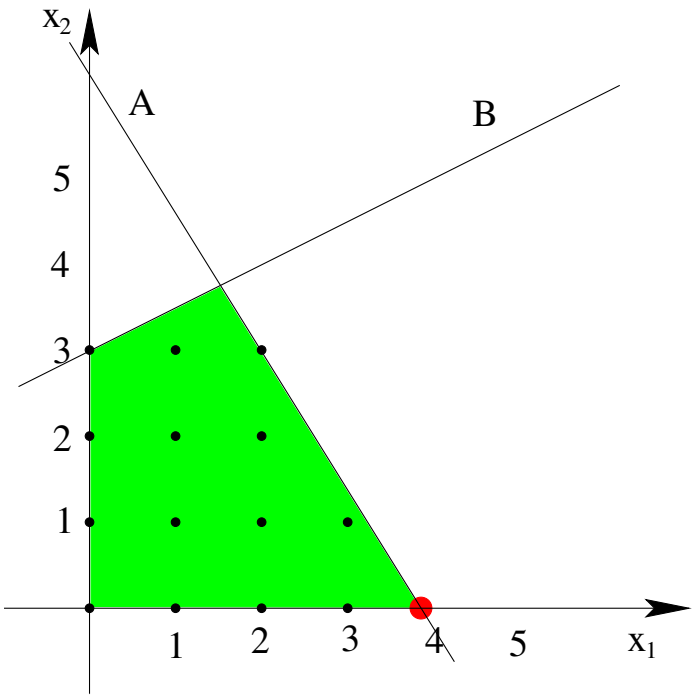


LP-relaxationen P0: $x_1 = 3.875$, $x_2 = 0$ och $z_{LP} = 116.25$. $\bar{z} = 116$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

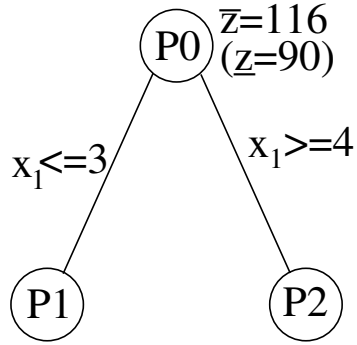
P0 $\overline{z}$=116 ($\underline{z}$=90)

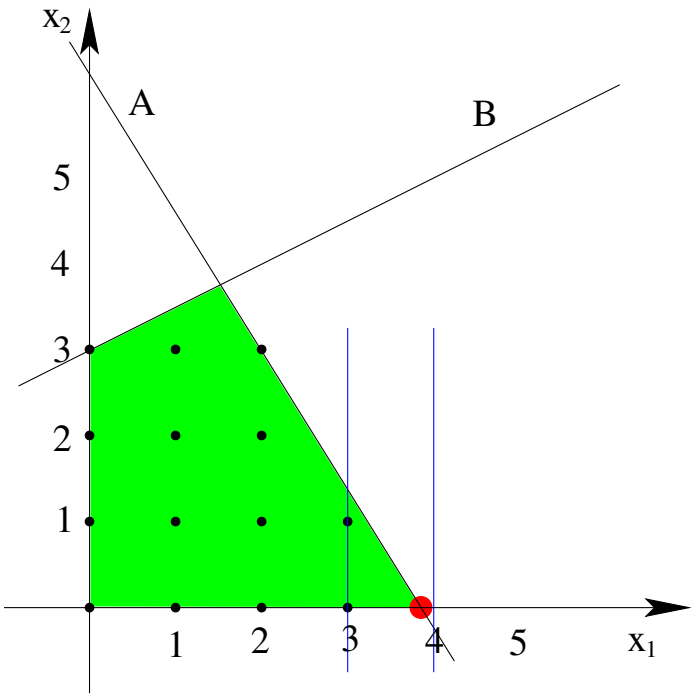


Valfritt: Avrunda neråt: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$ och $z = 90$. $\underline{z} = 90$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcll}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& & -x_1 + 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & &
\end{array}
$$

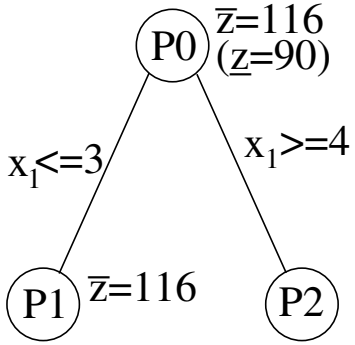


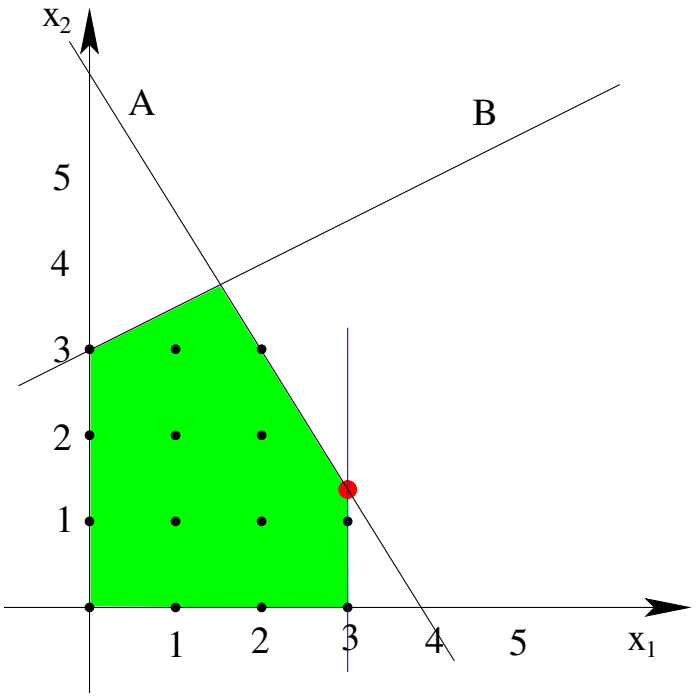


Förgrena: Skapa P1: P0 + ($x_1 \leq 3$) och P2: P0 + ($x_1 \geq 4$).

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& & -x_1 + 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & &
\end{array}
$$

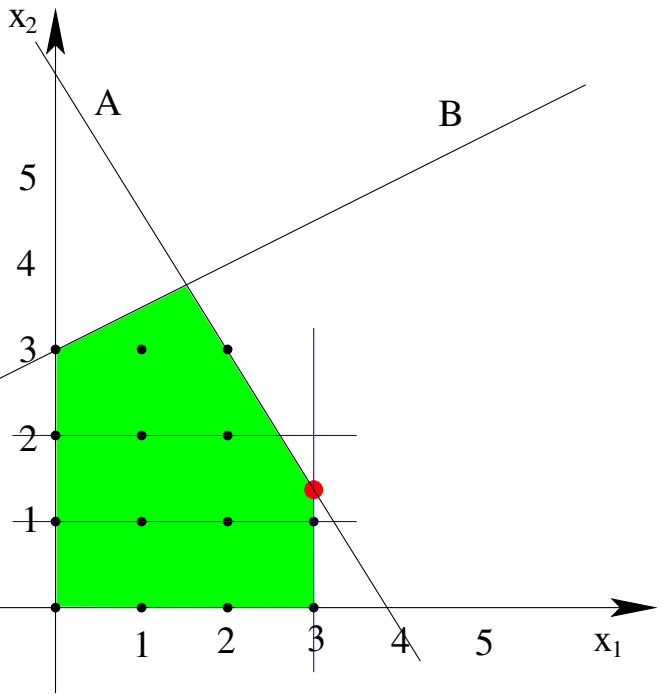


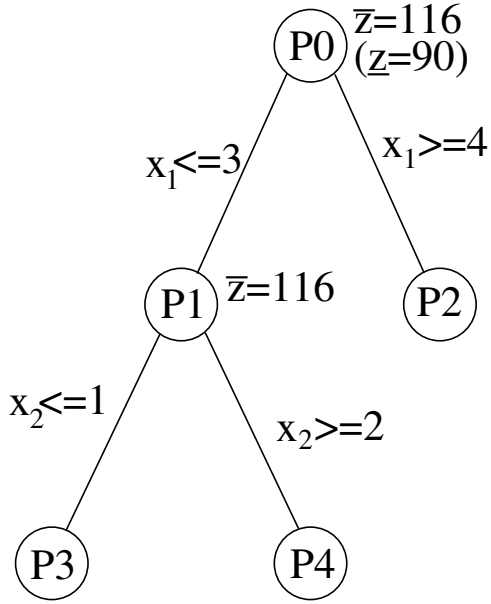


Lös P1: $x_1 = 3$, $x_2 = 1.4$ och $z = 116$. $\bar{z} = 116$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & 8x_1 + & 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& -x_1 + & 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

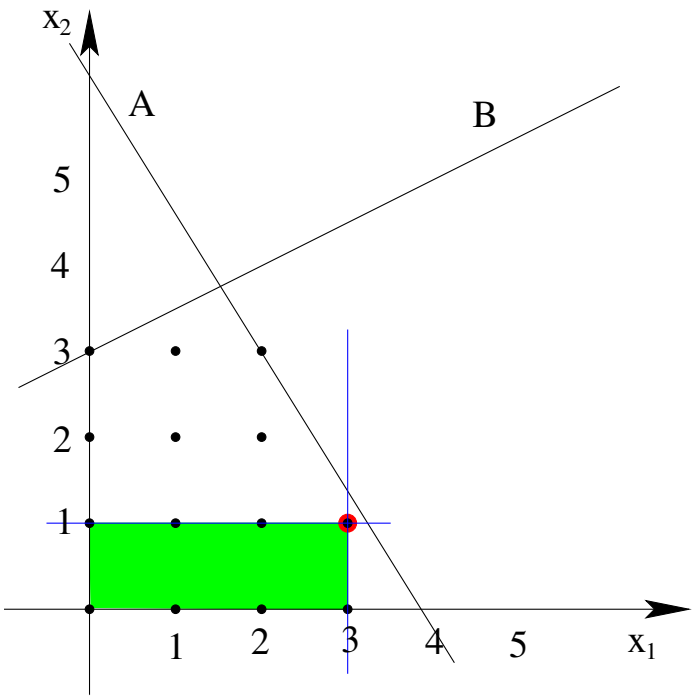


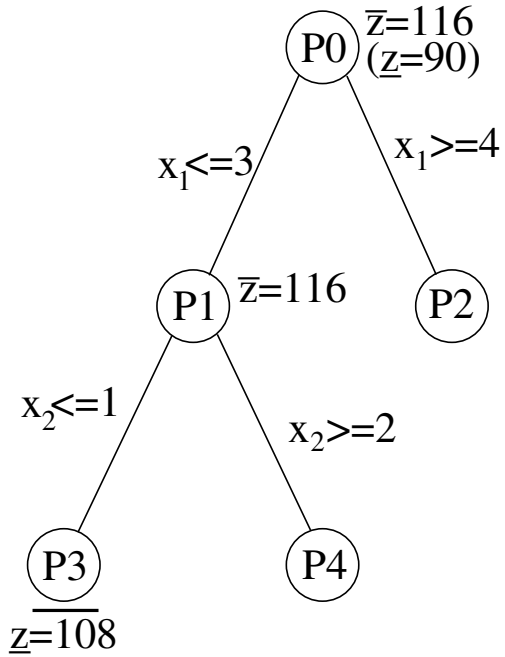


Förgrena: Skapa P3: P1 + $(x_2 \leq 1)$ och P4: P1 + $(x_2 \geq 2)$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcll}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& & -x_1 + 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & &
\end{array}
$$

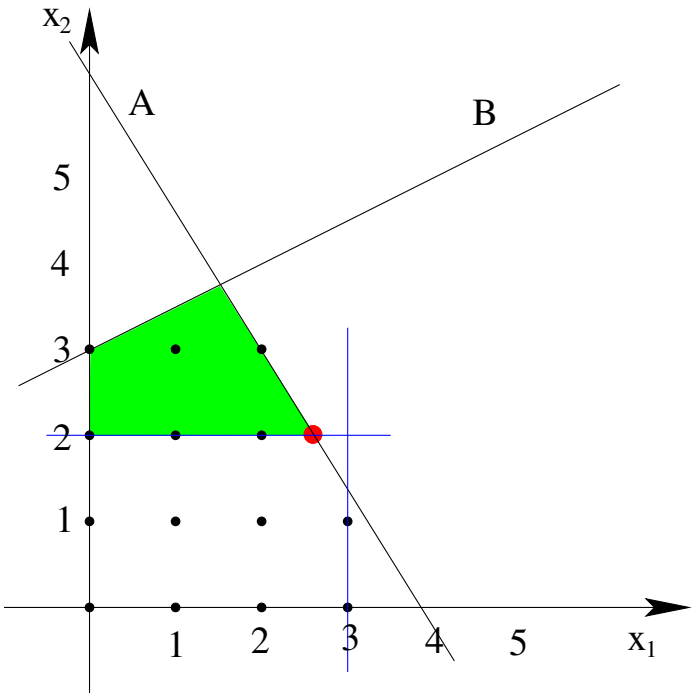


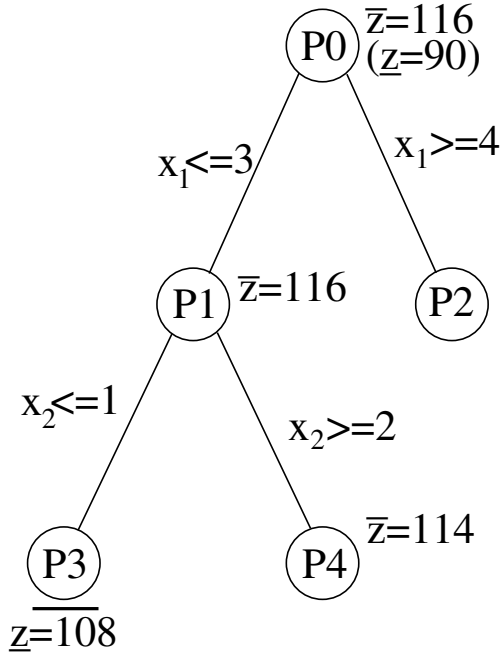


Lös P3: $x_1 = 3$, $x_2 = 1$ och $z = 108$. Heltal. $\underline{z} = 108$. Kapa.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcll}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& & -x_1 + 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & &
\end{array}
$$

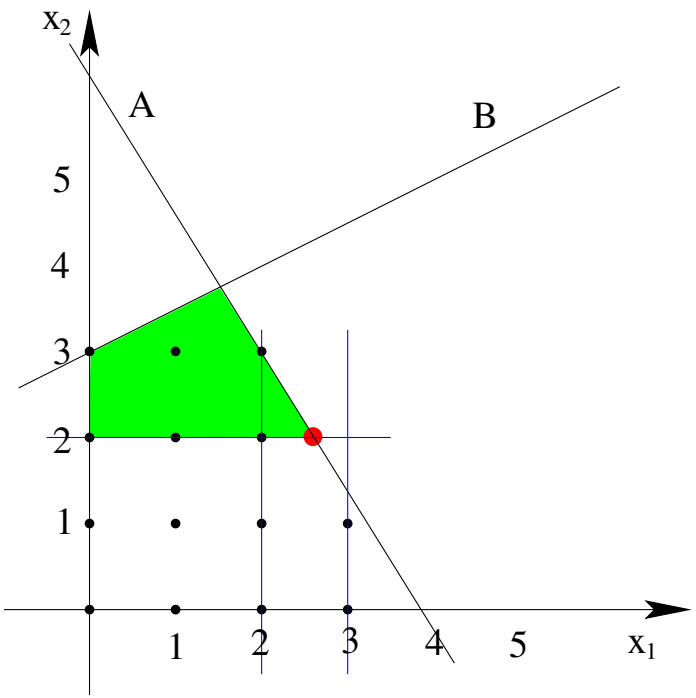


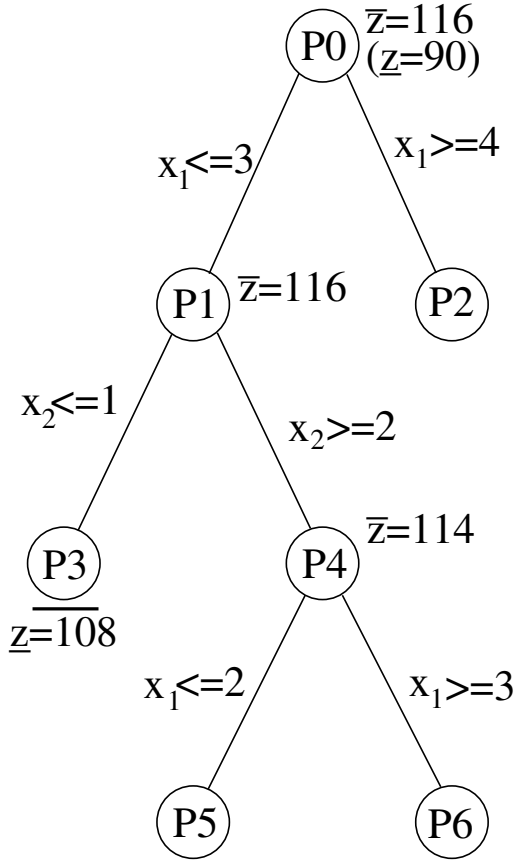


Lös P4: $x_1 = 2.625$, $x_2 = 2$ och $z = 114.75$. $\bar{z} = 114$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & 8x_1 + & 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& -x_1 + & 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

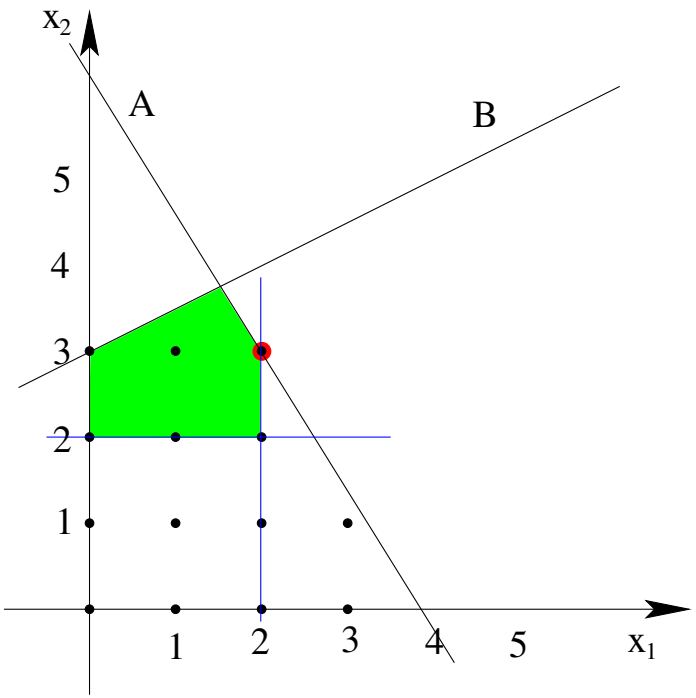


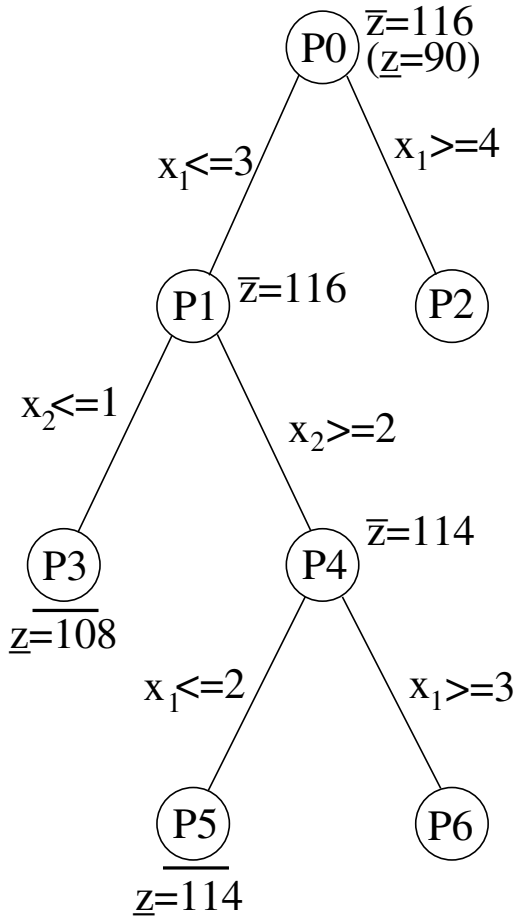


Förgrena: Skapa P5: P4 + $(x_1 \leq 2)$ och P6: P4 + $(x_1 \geq 3)$.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcll}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & \\
\text{då} & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
& -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
& x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

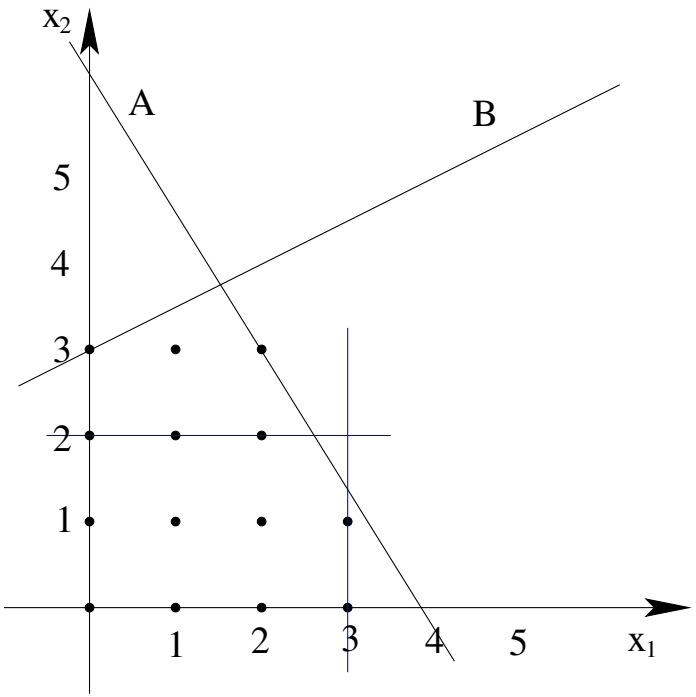


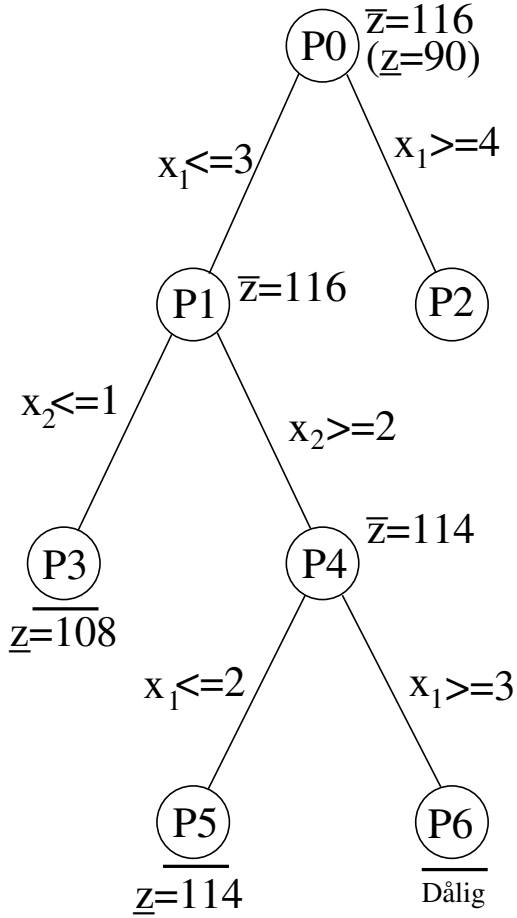


Lös P5: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ och $z = 114$. Heltal. $\underline{z} = 114$. Kapa.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$

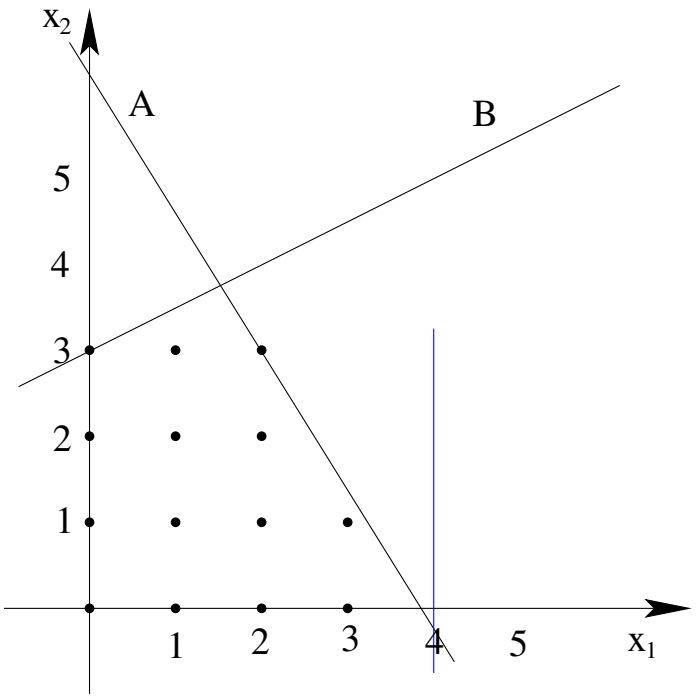


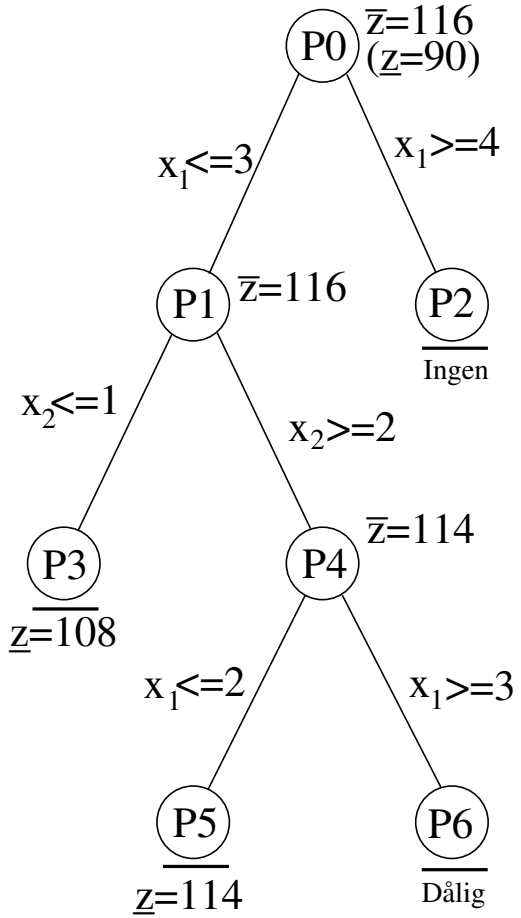


P6 har $\bar{z} = 114$. Kapa. (Saknar tillåten lösning.)

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrcll}
\max & z = & 30x_1 & + & 18x_2 & & \\
\text{då} & & 8x_1 & + & 5x_2 & \leq 31 & (A) \\
& & -x_1 & + & 2x_2 & \leq 6 & (B) \\
& & x_1, x_2 & \geq & 0 \text{ heltal} & &
\end{array}
$$

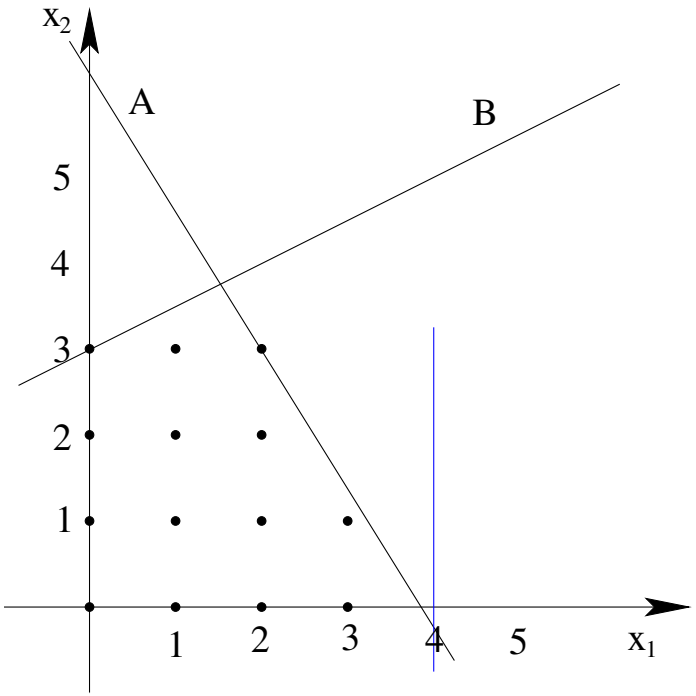


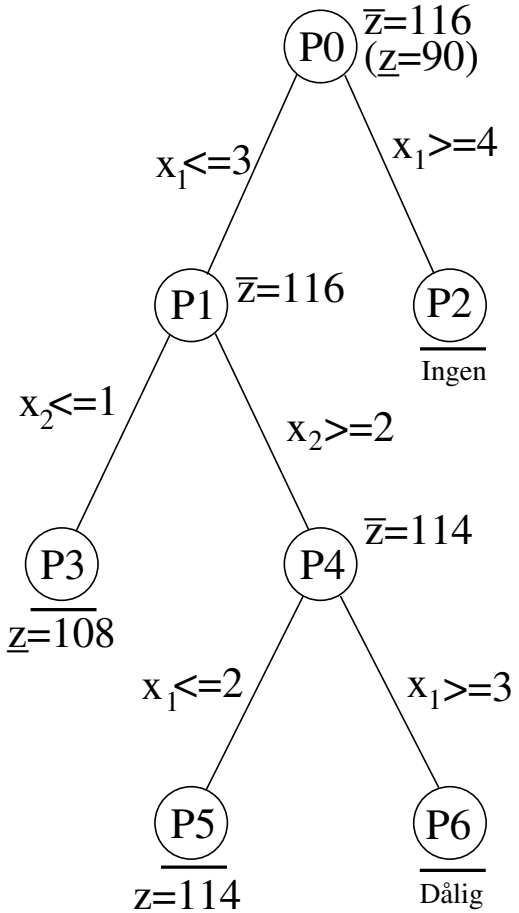


Lös P2: Saknar tillåten lösning. Kapa.

Land-Doig-Dakins metod: Exempel

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max & z = & 30x_1 + 18x_2 & & & \\
\text{då} & & 8x_1 + 5x_2 & \leq & 31 & (A) \\
 & & -x_1 + 2x_2 & \leq & 6 & (B) \\
 & & x_1, x_2 \geq 0 \text{ heltal} & & &
\end{array}
$$





Trädet avsökt. Problemet löst.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

P3: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$, tillåten lösning, vilket ger $\underline{z} = 10$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

P3: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$, tillåten lösning, vilket ger $\underline{z} = 10$.

P4: Kapa, ty $\bar{z} = \underline{z} = 10$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

P3: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$, tillåten lösning, vilket ger $\underline{z} = 10$.

P4: Kapa, ty $\bar{z} = \underline{z} = 10$.

P2: Saknar tillåten lösning.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

P3: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$, tillåten lösning, vilket ger $\underline{z} = 10$.

P4: Kapa, ty $\bar{z} = \underline{z} = 10$.

P2: Saknar tillåten lösning.

Trädet avsökt, optimum (från P3): $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$.

Kranexemplet

$$\begin{array}{lll} \max & z = & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{då} & & 4x_1 + 7x_2 \leq 22 \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \text{heltal} \end{array}$$

Dividera målfunktionen med 5: $\max z = 2x_1 + 3x_2$

Lös LP-relaxationen: $x_1 = 11/2 = 5.5$, $x_2 = 0$, $z = 11$, vilket ger $\bar{z} = 11$.

Förgrena över x_1: P1 = P0+$(x_1 \leq 5)$, P2 = P0+$(x_1 \geq 6)$.

P1: $x_1 = 5$, $x_2 = 2/7$, $z = 10 + 6/7$, vilket ger $\bar{z} = 10$.

Förgrena över x_2: P3 = P1+$(x_2 \leq 0)$, P4 = P1+$(x_2 \geq 1)$.

P3: $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$, tillåten lösning, vilket ger $\underline{z} = 10$.

P4: Kapa, ty $\bar{z} = \underline{z} = 10$.

P2: Saknar tillåten lösning.

Trädet avsökt, optimum (från P3): $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $z = 10$.

I ord: Hyr in 5 kranar av sort 1.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.

Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden),

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.

Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.

Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.

Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.
Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.
Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$. Är $x_7 = 0$ omöjligt, så gäller $x_7 = 1$.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.
Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.
Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$. Är $x_7 = 0$ omöjligt, så gäller $x_7 = 1$.

Kapa grenar som inte kan ge någon tillåten lösning.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.
Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.
Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$. Är $x_7 = 0$ omöjligt, så gäller $x_7 = 1$.

Kapa grenar som inte kan ge någon tillåten lösning.

Gör om målfunktionen till ett bivillkor:

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.
Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.
Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$. Är $x_7 = 0$ omöjligt, så gäller $x_7 = 1$.

Kapa grenar som inte kan ge någon tillåten lösning.

Gör om målfunktionen till ett bivillkor:
Kräv bättre lösning, för max-problem: $c^T x \geq \underline{z} + 1$.

Kombinatoriskt baserad trädsökning

Balas metod för 0/1-problem: (Constraint Programming)

Undersök ett bivillkor i taget, cykliskt.

Observation: Det som är förbjudet i ett bivillkor är inte tillåtet.
Ta bort förbjudna möjligheter (variabelvärden), genom att fixera variabler.
Är $x_7 = 1$ omöjligt, så gäller $x_7 = 0$. Är $x_7 = 0$ omöjligt, så gäller $x_7 = 1$.

Kapa grenar som inte kan ge någon tillåten lösning.

Gör om målfunktionen till ett bivillkor:
Kräv bättre lösning, för max-problem: $c^T x \geq \underline{z} + 1$.

Förgrening: Skapa två problem: Ett med $x_j = 0$ och ett med $x_j = 1$.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 1$: Fixera x_j till 0.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 1$: Fixera x_j till 0.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 0$: Fixera x_j till 1.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 1$: Fixera x_j till 0.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 0$: Fixera x_j till 1.
- Om inget av ovanstående för något bivillkor: Förgrena.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 1$: Fixera x_j till 0.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 0$: Fixera x_j till 1.
- Om inget av ovanstående för något bivillkor: Förgrena.

Fixering av variabel innebär att vi slipper en av två grenar.

Kombinatoriskt baserad trädsökning: Bivillkorsfixering

Undersökning av delproblem (bivillkor):

- Om tillåten lösning saknas: Kapa grenen.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 1$: Fixera x_j till 0.
- Om tillåten lösning saknas då $x_j = 0$: Fixera x_j till 1.
- Om inget av ovanstående för något bivillkor: Förgrena.

Fixering av variabel innebär att vi slipper en av två grenar.

Constraint Programming: Samma princip, krångligare bivillkor.
(Bivillkor = subrutin.)

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 &\leq 10 \quad (1)\\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 &\leq 14 \quad (2)\\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &\leq -2 \quad (3)
\end{aligned}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$: OK.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$: OK.

(1): $3 + 4 \leq 10$

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$: OK.

(1): $3 + 4 \leq 10$: OK.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$: OK.

(1): $3 + 4 \leq 10$: OK.

Tillåten lösning funnen: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$.

Bivillkorsfixering: Exempel

$$
\begin{array}{lcll}
3x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 & \leq & 10 & (1) \\
5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 & \leq & 14 & (2) \\
2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 & \leq & -2 & (3)
\end{array}
$$

Inga fixeringar. Förgrena över x_1. P1: $x_1 = 1$:

(1): $3 + 4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 10$: $4x_2 + 8x_3 - 5x_4 \leq 7$. Ger inget.

(2): $5 + 6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 14$: $6x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leq 9$. Fixera $x_4 = 0$.

(3): $2 - 4x_2 - 3x_3 \leq -2$: $-4x_2 - 3x_3 \leq -4$. Fixera $x_2 = 1$.

(1): $3 + 4 + 8x_3 \leq 10$: $8x_3 \leq 3$. Fixera $x_3 = 0$.

Allt fixerat. Kolla alla bivillkor en gång till.

(2): $5 + 6 \leq 14$: OK.

(3): $2 - 4 \leq -2$: OK.

(1): $3 + 4 \leq 10$: OK.

Tillåten lösning funnen: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$.

(Nu har vi grenen med $x_1 = 0$ kvar.)

Bivillkorsfixering: Exempel

		5	7		2	4		
7	9		1		8	6		
6		2		4				3
1	7		5		3			8
							2	1
	8	3	4		9		7	6
9	2	1	3			8		
4		7	8					5
		8		7	6		9	

Bivillkorsfixering: Exempel

		5	7		2	4		
7	9		1		8	6		
6		2		4				3
1	7		5		3			8
							2	1
	8	3	4		9		7	6
9	2	1	3			8		
4		7	8					5
		8		7	6		9	

Fler än man skulle tro använder bivillkorsfixering...

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k$$

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$\sum_j x_{ijk} = 1$ för alla i, k (siffra k en gång i rad i)

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$\sum_j x_{ijk} = 1$ för alla i, k (siffra k en gång i rad i)

$\sum_i x_{ijk} = 1$ för alla j, k

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$\sum_j x_{ijk} = 1$ för alla i, k (siffra k en gång i rad i)

$\sum_i x_{ijk} = 1$ för alla j, k (siffra k en gång i kolumn j)

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$\sum_j x_{ijk} = 1$ för alla i, k (siffra k en gång i rad i)

$\sum_i x_{ijk} = 1$ för alla j, k (siffra k en gång i kolumn j)

$\sum_k x_{ijk} = 1$ för alla i, j

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$\sum_j x_{ijk} = 1$ för alla i, k (siffra k en gång i rad i)

$\sum_i x_{ijk} = 1$ för alla j, k (siffra k en gång i kolumn j)

$\sum_k x_{ijk} = 1$ för alla i, j (en siffra i position (i, j))

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i rad } i\text{)}$$

$$\sum_i x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } j,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i kolumn } j\text{)}$$

$$\sum_k x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ j \quad \text{(en siffra i position } (i, j)\text{)}$$

$$\sum_{3p-2 \le i \le 3p,\ 3q-2 \le j \le 3q} x_{ijk} = 1 \quad \text{för } p = 1, \ldots, 3,\ q = 1, \ldots, 3, \text{ alla } k$$

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i rad } i\text{)}$$

$$\sum_i x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } j,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i kolumn } j\text{)}$$

$$\sum_k x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ j \quad \text{(en siffra i position } (i, j)\text{)}$$

$$\sum_{3p-2 \le i \le 3p,\ 3q-2 \le j \le 3q} x_{ijk} = 1 \quad \text{för } p = 1, \ldots, 3,\ q = 1, \ldots, 3, \text{ alla } k$$

(siffra k en gång i mindre kvadrat (p, q))

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i rad } i\text{)}$$

$$\sum_i x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } j,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i kolumn } j\text{)}$$

$$\sum_k x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ j \quad \text{(en siffra i position } (i, j)\text{)}$$

$$\sum_{3p-2 \le i \le 3p,\ 3q-2 \le j \le 3q} x_{ijk} = 1 \quad \text{för } p = 1, \ldots, 3,\ q = 1, \ldots, 3, \text{ alla } k$$

(siffra k en gång i mindre kvadrat (p, q))

$x_{ijk} \in \{0, 1\}$ för alla i, j, k.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i rad } i\text{)}$$

$$\sum_i x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } j,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i kolumn } j\text{)}$$

$$\sum_k x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ j \quad \text{(en siffra i position } (i, j)\text{)}$$

$$\sum_{3p-2 \le i \le 3p,\ 3q-2 \le j \le 3q} x_{ijk} = 1 \quad \text{för } p = 1, \ldots, 3,\ q = 1, \ldots, 3, \text{ alla } k$$

(siffra k en gång i mindre kvadrat (p, q))

$x_{ijk} \in \{0, 1\}$ för alla i, j, k.

$x_{ijk} = \bar{x}_{ijk}$ för vissa givna i, j, k.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Variabeldefinition: $x_{ijk} = 1$ om siffran k ska stå i position (i, j).

Bivillkor:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i rad } i\text{)}$$

$$\sum_i x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } j,\ k \quad \text{(siffra } k \text{ en gång i kolumn } j\text{)}$$

$$\sum_k x_{ijk} = 1 \quad \text{för alla } i,\ j \quad \text{(en siffra i position } (i, j)\text{)}$$

$$\sum_{3p-2 \le i \le 3p,\ 3q-2 \le j \le 3q} x_{ijk} = 1 \quad \text{för } p = 1, \ldots, 3,\ q = 1, \ldots, 3, \text{ alla } k$$

(siffra k en gång i mindre kvadrat (p, q))

$x_{ijk} \in \{0, 1\}$ för alla i, j, k.

$x_{ijk} = \bar{x}_{ijk}$ för vissa givna i, j, k.

Ingen målfunktion.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:

Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

När position (i, j) bara har en möjlighet kvar:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

När position (i, j) bara har en möjlighet kvar:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

För lätt sudoku ger detta alltid en unik lösning.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

När position (i, j) bara har en möjlighet kvar:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

För lätt sudoku ger detta alltid en unik lösning.

Metod: Låt X_{ij} vara alla siffror som kan placeras i position (i, j).

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

När position (i, j) bara har en möjlighet kvar:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

För lätt sudoku ger detta alltid en unik lösning.

Metod: Låt X_{ij} vara alla siffror som kan placeras i position (i, j). Först $X_{ij} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Bivillkorsfixering: Exempel: Sudoku

Givna siffror:
Om $x_{i'j'k'} = 1$ så fixeras alla andra variabler i samma bivillkor till noll.

Ingen mer siffra k' i rad i'.

Ingen mer siffra k' i kolumn j'.

Ingen annan siffra i position (i', j').

Ingen mer siffra k' i mindre kvadrat (p, q).

När siffra k bara har en möjlighet kvar i en rad/kolumn/mindre kvadrat:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

När position (i, j) bara har en möjlighet kvar:
Lås den och fixera på ovanstående sätt.

För lätt sudoku ger detta alltid en unik lösning.

Metod: Låt X_{ij} vara alla siffror som kan placeras i position (i, j). Först $X_{ij} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Ta sedan bort de som inte kan vara där.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1,

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1),

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

- En rad endast nollor: Ingen tillåten lösning.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

- En rad endast nollor: Ingen tillåten lösning.
- Kolumn j endast nollor: Sätt $x_j = 0$ och stryk kolumn j.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

- En rad endast nollor: Ingen tillåten lösning.
- Kolumn j endast nollor: Sätt $x_j = 0$ och stryk kolumn j.
- Rad i endast en etta, i kolumn j: Sätt $x_j = 1$, stryk kolumn j. Stryk alla rader med ettor i kolumn j.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

- En rad endast nollor: Ingen tillåten lösning.
- Kolumn j endast nollor: Sätt $x_j = 0$ och stryk kolumn j.
- Rad i endast en etta, i kolumn j: Sätt $x_j = 1$, stryk kolumn j. Stryk alla rader med ettor i kolumn j.
- Rad i dominerar rad k (dvs. $a_{ij} \geq a_{kj}$ för alla j): Stryk rad i.

Bivillkorsfixering: Utvidgade tester för speciella strukturer

Utvidgade tester för Sudoku:

Två siffror ska vara i två positioner, men vi vet inte vilken.

T.ex. $x_{111} + x_{132} = 2$ (siffra 1 och 2 ska vara i pos (1,1) och (1,3)).

Eliminera siffra 1 och 2 från alla andra positioner i rad 1, och lilla kvadrat (1,1), samt eliminera alla andra siffror från pos (1,1) och (1,3).

Bygger på strukturen hos problemet.

Övertäckningsproblemet: min $c^T x$ då $Ax \geq 1$, x binär. Reduktionstester:

- En rad endast nollor: Ingen tillåten lösning.
- Kolumn j endast nollor: Sätt $x_j = 0$ och stryk kolumn j.
- Rad i endast en etta, i kolumn j: Sätt $x_j = 1$, stryk kolumn j. Stryk alla rader med ettor i kolumn j.
- Rad i dominerar rad k (dvs. $a_{ij} \geq a_{kj}$ för alla j): Stryk rad i.
- Kolumn j dominerar kolumn k (dvs. $a_{ij} \geq a_{ik}$ för alla i och $c_j \leq c_k$): Sätt $x_k = 0$ och stryk kolumn k.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 1:

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 1:

Billigaste uppspännande 1-träd.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 1:

Billigaste uppspännande 1-träd.

Motsvarar relaxation av valensvillkoren för alla noder utom en, samt av vissa subtursförbjudande villkor.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 1:

Billigaste uppspännande 1-träd.

Motsvarar relaxation av valensvillkoren för alla noder utom en, samt av vissa subtursförbjudande villkor.

Ger en cykel genom nod 1 som kan vara för liten. Nod 1 får rätt valens, alla andra noder kan få fel.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 1:

Billigaste uppspännande 1-träd.

Motsvarar relaxation av valensvillkoren för alla noder utom en, samt av vissa subtursförbjudande villkor.

Ger en cykel genom nod 1 som kan vara för liten. Nod 1 får rätt valens, alla andra noder kan få fel.

Finn billigaste uppspännande träd för noderna 2 - n. Addera de två billigaste bågarna till nod 1.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 2:

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 2:

Tillordningsproblemet.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 2:

Tillordningsproblemet.

Motsvarar relaxation av subtursförbjudande/sammanhängande villkoren.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 2:

Tillordningsproblemet.

Motsvarar relaxation av subtursförbjudande/sammanhängande villkoren.

Alla noder får rätt valens. Lösningen ej säkert sammanhängande/kan innehålla mindre cykler.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Relaxation 2:

Tillordningsproblemet.

Motsvarar relaxation av subtursförbjudande/sammanhängande villkoren.

Alla noder får rätt valens. Lösningen ej säkert sammanhängande/kan innehålla mindre cykler.

Lös med ungerska algoritmen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Valensen skall vara 2, vilket ger följande tre möjligheter.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Valensen skall vara 2, vilket ger följande tre möjligheter.

Gren 1: Förbjud första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Valensen skall vara 2, vilket ger följande tre möjligheter.

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Valensen skall vara 2, vilket ger följande tre möjligheter.

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Tvinga med första och andra bågarna samt förbjud alla andra bågar till noden.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 1:

Syftar till att ge alla noder rätt valens.

Förbjud en av de bågar som går in till en nod med för hög valens.

Förgrening: För varje båge som ansluter till noden: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Minst en av grenarna måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, tvinga med tidigare förbjudna bågar.

Valensen skall vara 2, vilket ger följande tre möjligheter.

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Tvinga med första och andra bågarna samt förbjud alla andra bågar till noden.

(Fungerar ej med tillordningsrelaxationen.)

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Förbjud tredje bågen och tvinga med första och andra bågarna.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Förbjud tredje bågen och tvinga med första och andra bågarna.

Gren 4: ...

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Förbjud tredje bågen och tvinga med första och andra bågarna.

Gren 4: ...

Många grenar.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 2:

Syftar till att förbjuda för små cykler.

Förbjud en båge i cykeln.

Förgrening: För varje båge i cykeln: Skapa ett problem där bågen är förbjuden ($x_{ij} = 0$).

Gren 1: Förbjud första bågen.

Gren 2: Förbjud andra bågen och tvinga med första bågen.

Gren 3: Förbjud tredje bågen och tvinga med första och andra bågarna.

Gren 4: ...

Många grenar.

(Kan ej användas för TSPr.)

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Gren 1: Tvinga med första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Gren 1: Tvinga med första bågen.

Gren 2: Tvinga med andra bågen och förbjud första bågen.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Gren 1: Tvinga med första bågen.

Gren 2: Tvinga med andra bågen och förbjud första bågen.

Gren 3: Tvinga med tredje bågen och förbjud första och andra bågarna.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Gren 1: Tvinga med första bågen.

Gren 2: Tvinga med andra bågen och förbjud första bågen.

Gren 3: Tvinga med tredje bågen och förbjud första och andra bågarna.

Gren 4: ...

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP

Förgrening 3:

Syftar till att göra lösningen sammanhängande.

Tvinga med en båge mellan separata delar.

Förgrening: För varje båge i snittet mellan två separata delar: Skapa ett problem där bågen är med ($x_{ij} = 1$).

Minst en av dessa grenar måste innehålla optimum.
För att få optimum i exakt en, förbjud tidigare medtvingade bågar.

Gren 1: Tvinga med första bågen.

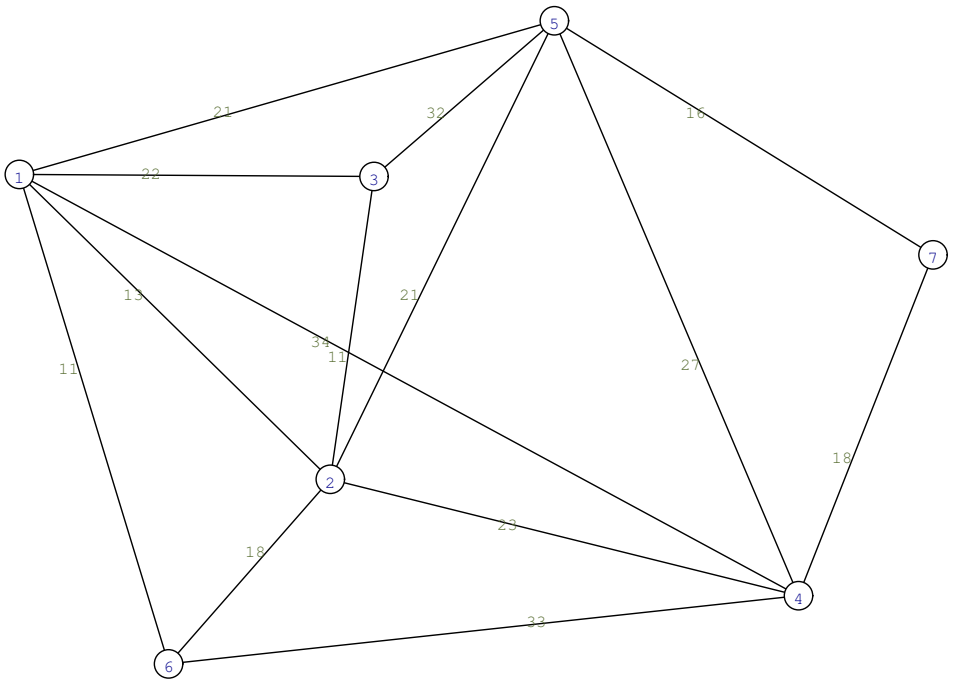
Gren 2: Tvinga med andra bågen och förbjud första bågen.

Gren 3: Tvinga med tredje bågen och förbjud första och andra bågarna.

Gren 4: ...

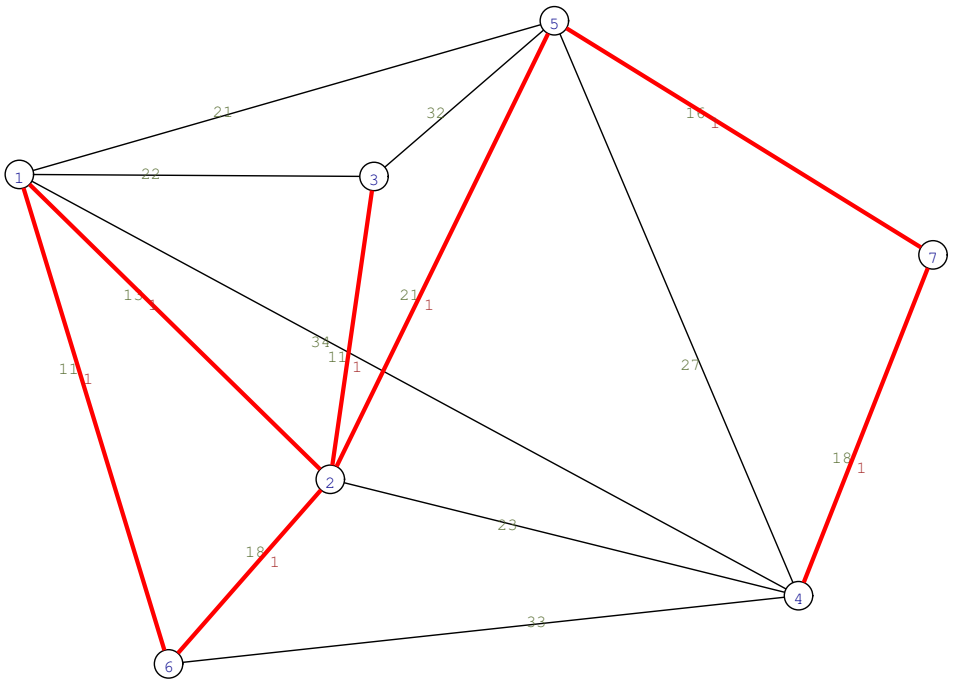
(Fungerar ej med 1-trädsrelaxationen.)

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP: Exempel



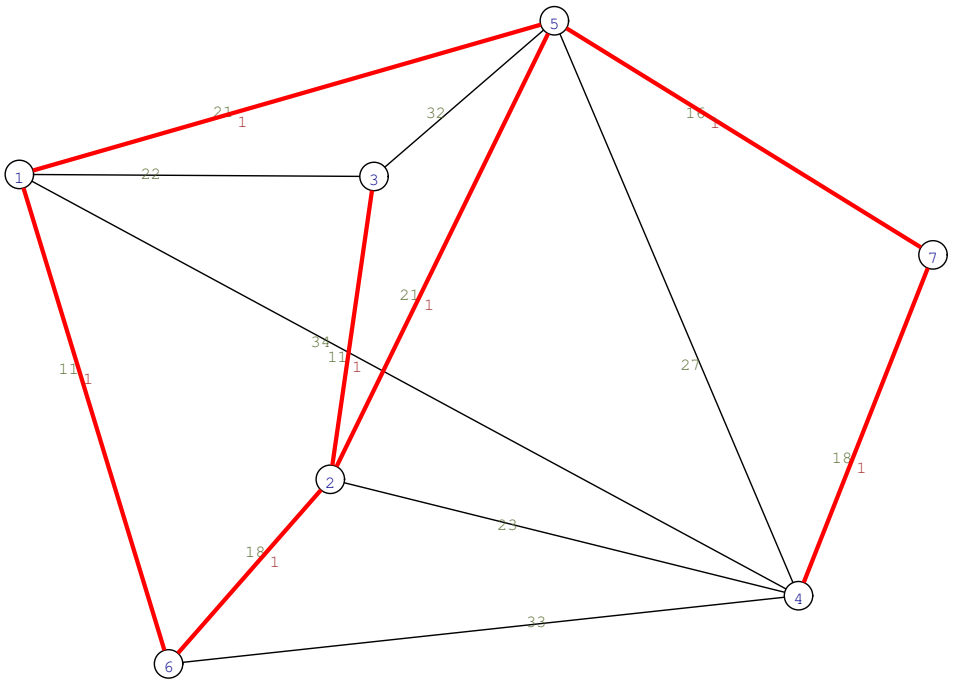
Graf för TSP.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP: Exempel



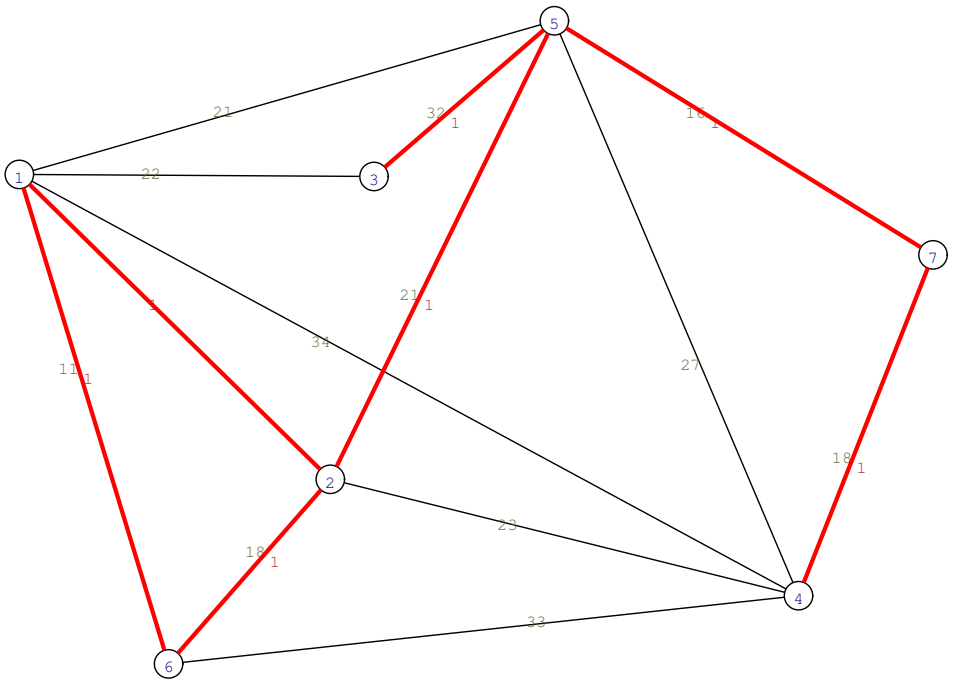
1-träd, kostnad: 108.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP: Exempel



Förgrening: Förbjud (1,2). 1-träd, kostnad: 116.

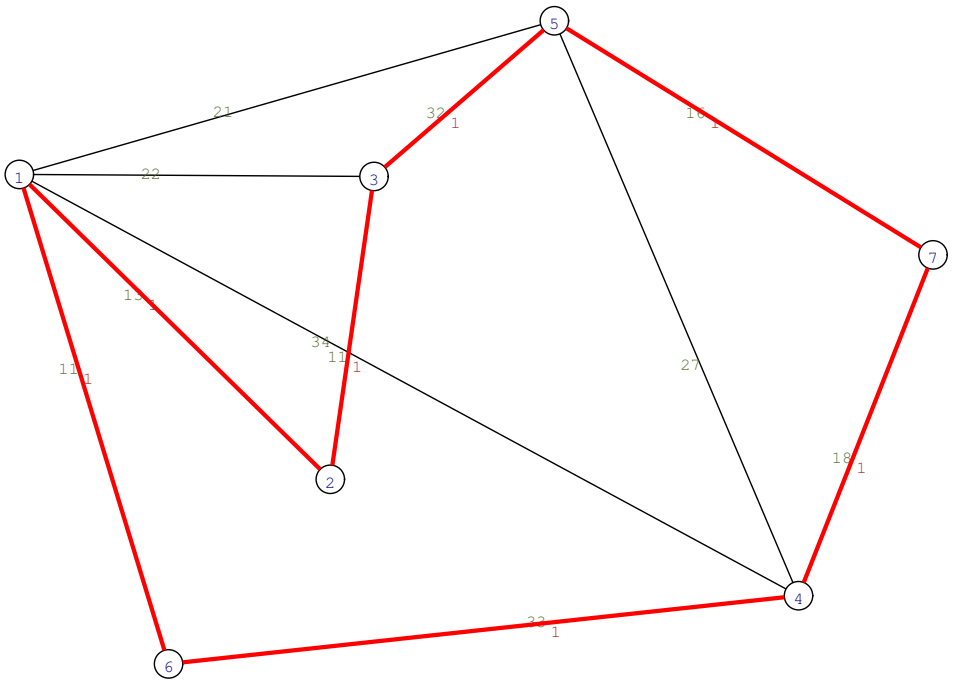
Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP: Exempel



Förgrening: Förbjud (3,2), tvinga med (1,2). 1-träd, kostnad: 129.

Kombinatoriskt baserad trädsökning för TSP: Exempel

NEOPT



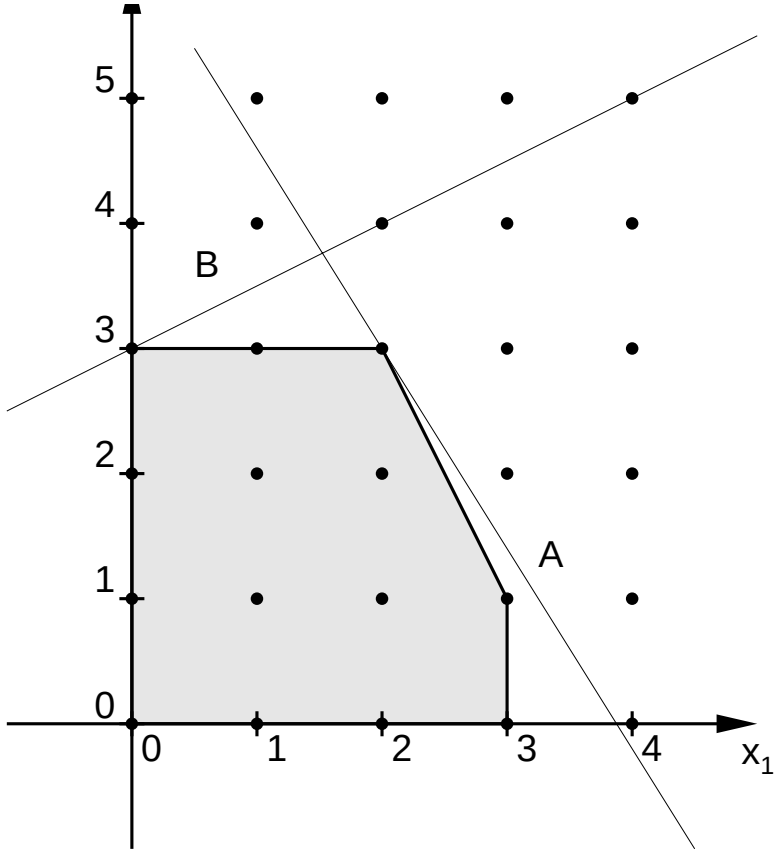
Tvinga med (1,2) och (3,2), förbjud resten. 1-träd, kostnad: 134. Tur!

Plansnittning

Övergång från icke-konvext problem till konvext: Skapa konvexa höljet.

Plansnittning

Övergång från icke-konvext problem till konvext: Skapa konvexa höljet.



Plansnittning

Algoritm:

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor?

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor? Helst fasetter.

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor? Helst fasetter.

- Gomorys metod (simplextablå).

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor? Helst fasetter.

- Gomorys metod (simplextablå).
- Problemspecifikt:

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor? Helst fasetter.

- Gomorys metod (simplextablå).
- Problemspecifikt:

  Kappsäcksproblem: Minimala övertäckningar.

Plansnittning

Algoritm:

1. Lös LP-relaxationen.
2. Om lösningen är heltal: Stopp. Optimum.
3. Konstruera ett linjärt bivillkor som skär bort LP-optimum, men inga tillåtna heltalspunkter. Gå till 1.

Hur konstruera bivillkor? Helst fasetter.

- Gomorys metod (simplextablå).
- Problemspecifikt:

  Kappsäcksproblem: Minimala övertäckningar.

  TSP: (forskning)

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Resulterande bivillkor, Gomorysnitt: $\sum_j \lfloor a_{ij} \rfloor x_j \leq \lfloor b_i \rfloor$

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Resulterande bivillkor, Gomorysnitt: $\sum_j \lfloor a_{ij} \rfloor x_j \leq \lfloor b_i \rfloor$

Exempel: $0.3x_1 + 4.5x_2 - 3.2x_3 + x_4 = 6.7$

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Resulterande bivillkor, Gomorysnitt: $\sum_j \lfloor a_{ij} \rfloor x_j \leq \lfloor b_i \rfloor$

Exempel: $0.3x_1 + 4.5x_2 - 3.2x_3 + x_4 = 6.7$

Gomorysnitt: $4x_2 - 4x_3 + x_4 \leq 6$

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Resulterande bivillkor, Gomorysnitt: $\sum_j \lfloor a_{ij} \rfloor x_j \leq \lfloor b_i \rfloor$

Exempel: $0.3x_1 + 4.5x_2 - 3.2x_3 + x_4 = 6.7$

Gomorysnitt: $4x_2 - 4x_3 + x_4 \leq 6$

Baslösning: $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0, x_4 = 6.7$.

Gomorysnitt

Plocka en rad ur optimala simplextablån: $\sum_j a_{ij} x_j = b_i$

Avrunda alla koefficienter i vänsterledet neråt.

Vänsterledet blir mindre och heltal.

Avrunda högerledet neråt.

Resulterande bivillkor, Gomorysnitt: $\sum_j \lfloor a_{ij} \rfloor x_j \leq \lfloor b_i \rfloor$

Exempel: $0.3x_1 + 4.5x_2 - 3.2x_3 + x_4 = 6.7$

Gomorysnitt: $4x_2 - 4x_3 + x_4 \leq 6$

Baslösning: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$,$x_4 = 6.7$. Den lösningen skärs bort.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$,

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{1,3\}: \Rightarrow x_1 + x_3 \leq 1.$

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$, $\{1,3\}$:$\Rightarrow x_1 + x_3 \leq 1$.

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$,

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{1,3\} :\Rightarrow x_1 + x_3 \leq 1.$

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{2,3,4\} :\Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 \leq 2.$

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{1,3\}: \Rightarrow x_1 + x_3 \leq 1.$
$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{2,3,4\}: \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 \leq 2.$
$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,$

Minimala övertäckningar

Minsta mängden som är för stor.

Bivillkor: $\sum_j a_j x_j \leq b,\ x_j \in \{0,1\}$ för alla j.

En övertäckning, S, är för stor, $\sum_{j \in S} a_j > b$.

Giltigt bivillkor: $\sum_{j \in S} x_j \leq |S| - 1$. (Alla i S får inte plats.)

Välj helst den minsta mängd som inte får plats.

Exempel: $7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$.

Minimala övertäckningar:

$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{1,3\} :\Rightarrow x_1 + x_3 \leq 1.$
$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{2,3,4\} :\Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 \leq 2.$
$7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12,\ \{1,2,4\} :\Rightarrow x_1 + x_2 + x_4 \leq 2.$

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Förbehandling: Försök reducera problemstorleken eller omformulera problemet på ett bättre sätt.

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Förbehandling: Försök reducera problemstorleken eller omformulera problemet på ett bättre sätt.

Avlägsna redundanta bivillkor: Jämför möjliga värden på vänsterledet med högerledet. (Mindre LP.)

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Förbehandling: Försök reducera problemstorleken eller omformulera problemet på ett bättre sätt.

Avlägsna redundanta bivillkor: Jämför möjliga värden på vänsterledet med högerledet. (Mindre LP.)

Fixera variabler: Balas metod, constraint programming. (Mindre LP, mindre träd.)

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Förbehandling: Försök reducera problemstorleken eller omformulera problemet på ett bättre sätt.

Avlägsna redundanta bivillkor: Jämför möjliga värden på vänsterledet med högerledet. (Mindre LP.)

Fixera variabler: Balas metod, constraint programming. (Mindre LP, mindre träd.)

Modifiera koefficienter: Minska övre gränser, anpassa bivillkorskoefficienter. (Mindre träd.)

Heltalsprogrammering

Kombinerade metoder: Trädsökning + plansnittning + förbehandling.

För att lösa riktigt stora problem, måste man utnyttja flera verktyg.

Förbehandling: Försök reducera problemstorleken eller omformulera problemet på ett bättre sätt.

Avlägsna redundanta bivillkor: Jämför möjliga värden på vänsterledet med högerledet. (Mindre LP.)

Fixera variabler: Balas metod, constraint programming. (Mindre LP, mindre träd.)

Modifiera koefficienter: Minska övre gränser, anpassa bivillkorskoefficienter. (Mindre träd.)

Addera logiska bivillkor: T ex minimala övertäckningar. (Mindre träd.)