Vårt första exempel

Variabeldefinition:

x_1 = antal enheter Optimus som görs varje timme.
x_2 = antal enheter Rullmus som görs varje timme.

Matematisk modell:

$$
\begin{array}{llrcrcrll}
\max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 & (1) & \text{(knappar)} \\
 & & x_1 & & & \leq & 6 & (2) & \text{(optik)} \\
 & & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq & 50 & (3) & \text{(monteringstid)} \\
 & & x_1 & & & \geq & 0 & (4) & \\
 & & & & x_2 & \geq & 0 & (5) &
\end{array}
$$

LP-dualitet: Exempel

Primal: Maximera vinsten, utan att använda för mycket råvaror.

$$
\begin{array}{llrcrcrll}
\max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 & (1) & (y_1) \\
 & & x_1 & & & \leq & 6 & (2) & (y_2) \\
 & & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq & 50 & (3) & (y_3) \\
 & & x_1, & & x_2 & \geq & 0 & &
\end{array}
$$

Dualvariabel: y_i pris på råvara i.

LP-dual: Minimera kostnaden för råvarorna. Balansera kostnad mot intäkt.

$$
\begin{array}{llrcrcrcrll}
\min & v = & 30y_1 & + & 6y_2 & + & 50y_3 & & & & \\
\text{då} & & 2y_1 & + & y_2 & + & 6y_3 & \geq & 4 & (1) & (x_1) \\
 & & 3y_1 & & & + & 4y_3 & \geq & 3 & (2) & (x_2) \\
 & & y_1, & & y_2, & & y_3 & \geq & 0 & &
\end{array}
$$

Komplementaritetsvillkoren:
Priset är noll om råvaran inte används fullt ut.
Produkten görs ej om kostnaden blir högre än intäkten.

LP-dualitet: Generellt

Primal:

$$
\begin{array}{lll}
\max \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j & & \\
\text{då} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i & i = 1, \ldots, m \\
\quad x_j \geq 0 & j = 1, \ldots, n
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lll}
\max & z = & c^T x \\
\text{då} & & Ax \leq b \\
 & & x \geq 0
\end{array}
$$

Dual:

$$
\begin{array}{lll}
\min \quad v = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i & & \\
\text{då} \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \geq c_j & j = 1, \ldots, n \\
\quad y_i \geq 0 & i = 1, \ldots, m
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lll}
\min & v = & b^T y \\
\text{då} & & A^T y \geq c \\
 & & y \geq 0
\end{array}
$$

LP-dualitet: Relationer

Exakt vilka relationer har primal och dual?

Svaga dualsatsen

Om x är tillåten i primalen och y är tillåten i dualen så $c^T x \leq b^T y$.

(bevis) (rita)

Följdsats

Om $\bar{x}$ är tillåten i primalen, $\bar{y}$ är tillåten i dualen och $c^T \bar{x} = b^T \bar{y}$ så är $\bar{x}$ optimal i primalen och $\bar{y}$ optimal i dualen.

(se figur)

Följdsats

Om primalen (dualen) är obegränsad, så saknar dualen (primalen) tillåten lösning.

Båda kan dock sakna lösning.

LP-dualitet: Komplementaritet

En dualvariabel, y_i, anger hur mycket primala bivillkor i "tar emot".

Ett bivillkor som inte är aktivt tar inte emot alls.

Komplementaritet (i ord):
Om primala bivillkor i inte är aktivt, måste $y_i = 0$.
Om duala bivillkor j inte är aktivt, måste $x_j = 0$.

Komplementaritetsvillkoren

Primallösningen x och duallösningen y uppfyller komplementaritetsvillkoren om

$$y_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i \right) = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i - c_j \right) = 0 \quad j = 1, \dots, n$$

LP-dualitet: Komplementaritet

Komplementaritetsvillkoren kan skrivas som

$$y^T(Ax - b) = 0$$

$$x^T(A^T y - c) = 0$$

Sats

Om x och y uppfyller komplementaritetsvillkoren, så är $c^T x = b^T y$.

(peka på bevis)

Följdsats

Om x är tillåten i primalen, y är tillåten i dualen och x och y uppfyller komplementaritetsvillkoren, så är x optimal i primalen och y optimal i dualen.

Åt andra hållet:

Starka dualsatsen

Om x och y är optimallösningar så gäller $c^T x = b^T y$.

LP-dualitet: Slutsatser

Fullständiga dualsatsen

- Om primalen har en tillåten, begränsad optimallösning, x^*, så har även dualen en tillåten, begränsad optimallösning, y^*, och $c^T x^* = b^T y^*$.
- Om primalen är obegränsad, så saknar dualen tillåten lösning.
- Om primalen saknar tillåten lösning, så saknar dualen lösning eller har obegränsad lösning.

(Symmetriskt i primal - dual.)

Optimalitetsvillkor (KKT)

Primal tillåtenhet +
Dual tillåtenhet +
Komplementaritet
= Optimalitet

LP-dualitet: Formulering

Standard:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \text{Primal:} & & \\ \max & z = & c^T x \\ \text{då} & & Ax \leq b \\ & & x \geq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{lll} \text{Dual:} & & \\ \min & v = & b^T y \\ \text{då} & & A^T y \geq c \\ & & y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Variationer:

Primal		Dual
max		min
$Ax \leq b$	$\Rightarrow$	$y \geq 0$
$Ax \geq b$	$\Rightarrow$	$y \leq 0$
$Ax = b$	$\Rightarrow$	y fri
$x \geq 0$	$\Rightarrow$	$A^T y \geq c$
$x \leq 0$	$\Rightarrow$	$A^T y \leq c$
x fri	$\Rightarrow$	$A^T y = c$

LP-dualitet: Formulering, symmetriskt

Standard:

$$\left\{\begin{array}{lll} \text{Primal/dual:} & & \\ \max & z = & c^T x \\ \text{då} & & Ax \le b \\ & & x \ge 0 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{lll} \text{Dual/primal:} & & \\ \min & v = & b^T y \\ \text{då} & & A^T y \ge c \\ & & y \ge 0 \end{array}\right\}$$

Variationer:

*		*
max		min
$Ax \le b$	$\Leftrightarrow$	$y \ge 0$
$Ax \ge b$	$\Leftrightarrow$	$y \le 0$
$Ax = b$	$\Leftrightarrow$	y fri
$x \ge 0$	$\Leftrightarrow$	$A^T y \ge c$
$x \le 0$	$\Leftrightarrow$	$A^T y \le c$
x fri	$\Leftrightarrow$	$A^T y = c$

LP-dualitet: Formulering: Exempel

Primal:

$$\begin{array}{llllllllll} \max & z = & 2x_1 & + & 3x_2 & - & 5x_3 & & & \\ \text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & \le & 10 & (1) \quad (y_1) \\ & & 7x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \ge & 16 & (2) \quad (y_2) \\ & & 3x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & = & 43 & (3) \quad (y_3) \\ & & x_1 & \ge 0, & x_2 & \text{fri}, & x_3 & \le 0 & & \end{array}$$

LP-dual:

$$\begin{array}{llllllllll} \min & v = & 10y_1 & + & 16y_2 & + & 43y_3 & & & \\ \text{då} & & 2y_1 & + & 7y_2 & + & 3y_3 & \ge & 2 & (1) \quad (x_1) \\ & & 3y_1 & + & y_2 & + & 4y_3 & = & 3 & (2) \quad (x_2) \\ & & 2y_1 & - & y_2 & + & 4y_3 & \le & -5 & (3) \quad (x_3) \\ & & y_1 & \ge 0, & y_2 & \le 0, & y_3 & \text{fri} & & \end{array}$$

Komplementaritetsvillkoren:

$$\begin{array}{lllllllll} y_1 & (2x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & - & 10) & = 0 \\ y_2 & (7x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & 16) & = 0 \\ x_1 & (2y_1 & + & 7y_2 & + & 3y_3 & - & 2) & = 0 \\ x_3 & (2y_1 & - & y_2 & + & 4y_3 & + & 5) & = 0 \end{array}$$

Dualitet och baslösningar

Primal:	Dual:	Kompl.:
$\max \quad z = c^T x$	$\min \quad v = b^T y$	
$\text{då} \quad Ax = b$	$\text{då} \quad A^T y \ge c$	$x^T(A^T y - c) = 0$
$x \ge 0$	y fri	

Baslösning:

Primal:	Dual:	Kompl
$\max \quad z = c_B^T x_B + c_N^T x_N$	$\min \quad v = b^T y$	
$\text{då} \quad Bx_B + Nx_N = b$	$\text{då} \quad B^T y \ge c_B$	$x_B^T(B^T y - c_B) = 0$
$x_B, \ x_N \ge 0$	$N^T y \ge c_N$	$x_N^T(N^T y - c_N) = 0$
	y fri	

$x_B > 0 \ \Rightarrow B^T y = c_B \Rightarrow y = B^{-1^T} c_B = (c_B^T B^{-1})^T$.

Dual tillåtenhet: Sätt in y i $N^T y \ge c_N$. Uppfyllt om $\hat{c}_N \le 0$ där $\hat{c}_N = c_N - (c_B^T B^{-1} N)^T$.

Primal och dual lösning: $x_B = B^{-1} b, \ x_N = 0, \ y = B^{-1^T} c_B$.

Dualitet och baslösningar, forts

Slutsats

Dual tillåtenhet $\Leftrightarrow$ primal optimalitet.

Vi har bevisat starka dualsatsen.

Starka dualsatsen, version 2

Om primalen har en tillåten, begränsad optimallösning, $x^* = B^{-1} b$, så har även dualen en tillåten, begränsad optimallösning, som ges av $y^* = B^{-1^T} c_B$.

Både primalen och dualen har det optimala målfunktionsvärdet $z^* = c_B^T B^{-1} b$.

LP-dualitet: Exempel

$$\begin{array}{llrcrcrl}
\max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 & (1) \quad (y_1) \\
& & x_1 & & & \leq & 6 & (2) \quad (y_2) \\
& & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq & 50 & (3) \quad (y_3) \\
& & x_1, & & x_2 & \geq & 0 &
\end{array}$$

LP-dual:

$$\begin{array}{llrcrcrcrl}
\min & v = & 30y_1 & + & 6y_2 & + & 50y_3 & & & \\
\text{då} & & 2y_1 & + & y_2 & + & 6y_3 & \geq & 4 & (1) \quad (x_1) \\
& & 3y_1 & & & + & 4y_3 & \geq & 3 & (2) \quad (x_2) \\
& & y_1, & & y_2, & & y_3 & \geq & 0 &
\end{array}$$

Komplementaritetsvillkoren:

$$\begin{array}{ll}
y_1 & (2x_1 + 3x_2 - 30) = 0 \\
y_2 & (\ x_1 - 6) = 0 \\
y_3 & (6x_1 + 4x_2 - 50) = 0 \\
x_1 & (2y_1 + y_2 + 6y_3 - 4) = 0 \\
x_2 & (3y_1 + 4y_3 - 3) = 0
\end{array}$$

LP-dualitet: Exempel

Primal optimallösning: $x_1 = 3,\ x_2 = 8,\ z = 36.$

Basvariabler x_1, x_2, x_4.

Villkor 1 aktivt.
Villkor 2 ej aktivt $\Rightarrow y_2 = 0$.
Villkor 3 aktivt.

$x_1 > 0 \Rightarrow 2y_1 + y_2 + 6y_3 = 4.$
$x_2 > 0 \Rightarrow 3y_1 + 4y_3 = 3.$

Dual optimallösning: $y_1 = 1/5,\ y_2 = 0,\ y_3 = 3/5.$

LP-dualitet och simplextablån

Duallösningen återfinnes under slackvariablerna i optimaltablån.

Bas	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\hat{b}$
z	1	0	0	1/5	0	3/5	36
x_4	0	0	0	2/5	1	-3/10	3
x_1	0	1	0	-2/5	0	3/10	3
x_2	0	0	1	3/5	0	-1/5	8

Dual optimallösning: $y_1 = 1/5,\ y_2 = 0,\ y_3 = 3/5.$

LP-dualitet: Kappsäcksproblem: Exempel

$$\begin{array}{llrcrcrcrcrl}
\max & z = & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & + & 7x_4 & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & \leq & 10 & (y) \\
& & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4 & \geq & 0 &
\end{array}$$

LP-dual:

$$\begin{array}{llrcrl}
\min & v = & 10y & & & \\
\text{då} & & 2y & \geq & 2 & (1) \quad (x_1) \\
& & 2y & \geq & 3 & (2) \quad (x_2) \\
& & 2y & \geq & 5 & (3) \quad (x_3) \\
& & 4y & \geq & 7 & (4) \quad (x_4) \\
& & y & \geq & 0 &
\end{array}$$

Skriv som: $\min v = 10y$ då $y \geq 1, y \geq 3/2, y \geq 5/2, y \geq 7/4, y \geq 0$

Optimallösning: $y = 5/2,\ v = 25.$

Komplementaritetsvillkoren:

Endast duala bivillkor 3 aktivt. $\Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_4 = 0.$

$y > 0 \Rightarrow 2x_3 = 10 \Rightarrow x_3 = 5.$ Problemet löst.

Det blev en metod! $\max_j(c_j/a_j)$ ger bästa x_j. Ta med den.

LP-dualitet: Exempel

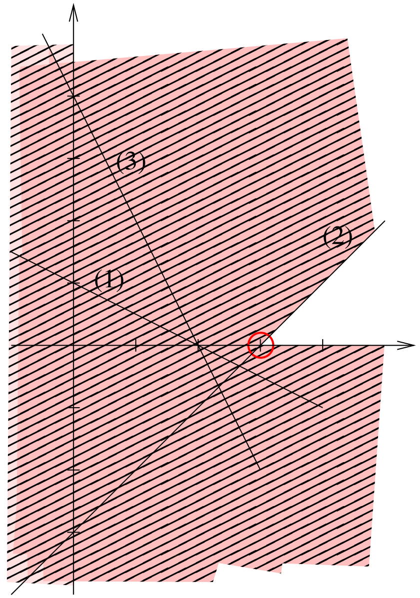
$$
\begin{array}{llrcrcrcll}
\max & z = & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 54_3 & & & \\
\text{då} & & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 5 & \color{red}{(y_1)} \\
& & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 & \color{red}{(y_2)} \\
& & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0 &
\end{array}
$$

LP-dual:

$$
\begin{array}{llrcrclll}
\min & v = & 5y_1 & + & 3y_2 & & & & \\
\text{då} & & y_1 & + & 2y_2 & \geq & 2 & (1) & \color{red}{(x_1)} \\
& & y_1 & - & y_2 & \geq & 3 & (2) & \color{red}{(x_2)} \\
& & 2y_1 & + & y_2 & \geq & 4 & (3) & \color{red}{(x_3)} \\
& & y_1, & & y_2 & \geq & 0 & &
\end{array}
$$

LP-dualen 2-dimensionell. Lös grafiskt.

LP-dualitet: Exempel



Dual optimalpunkt: $y_1 = 3,\ y_2 = 0$.

LP-dualitet: Exempel

$$
\begin{array}{llrcrcrcll}
\max & z = & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 54_3 & & & \\
\text{då} & & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 5 & \color{red}{(y_1)} \\
& & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 & \color{red}{(y_2)} \\
& & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0 &
\end{array}
$$

LP-dual:

$$
\begin{array}{llrcrclll}
\min & v = & 5y_1 & + & 3y_2 & & & & \\
\text{då} & & y_1 & + & 2y_2 & \geq & 2 & (1) & \color{red}{(x_1)} \\
& & y_1 & - & y_2 & \geq & 3 & (2) & \color{red}{(x_2)} \\
& & 2y_1 & + & y_2 & \geq & 4 & (3) & \color{red}{(x_3)} \\
& & y_1, & & y_2 & \geq & 0 & &
\end{array}
$$

LP-dualen 2-dimensionell. Lös grafiskt.

Optimallösning: $y_1 = 3,\ y_2 = 0,\ v = 15$.

Komplementaritetsvillkoren:
Duala bivillkor 1 och 3 inte aktiva. $\Rightarrow x_1 = 0,\ x_3 = 0$.

$y_1 > 0 \Rightarrow x_2 = 5$. Problemet löst. (Kolla gärna primala bivillkor 2.)

Lösning: $x_1 = 0,\ x_2 = 2,\ x_3 = 0,\ z = 15$. (Kolla gärna z.)

Skuggpriser

Hur mycket förändras det optimala målfunktionsvärdet av en liten ändring av ett högerled?

Detta mått kallas **skuggpris** (eller marginalpris).

Starka dualsatsen: $z = c^T x = b^T y$ eller $z = \sum_j c_j x_j = \sum_i b_i y_i$

Derivatan av z med avseende på b_i är y_i.

Slutsats

Skuggpriserna ges av den optimala duallösningen.

I exemplet: Dual målfunktion: $v = b_1 y_1 + b_2 y_2$.

Stoppa in dual optimallösning: $y_1 = 3,\ y_2 = 0$ ger $v = 3b_1$.

En enhets ökning av b_1 ger 3 enheters ökning av v, dvs. z.

En enhets ökning av b_2 ger ingen ändring av v, dvs. z.

Skuggpriser

I en viss baslösning har vi $x_B = B^{-1}b$ och $y = {B^{-1}}^T c_B$.

Skuggpriserna är oförändrade så länge som B^{-1} och c_B är oförändrade, dvs. så länge som samma baslösning är optimal.

Om ändringen i b ger $B^{-1}b \not\geq 0$, ändras optimal baslösning/skuggpriser.

$B^{-1}b \geq 0$ ger gränser på b för oförändrad optimallösning.

Känslighetsanalys

Har optimallösning.

Indata ändras.

Vad händer?

Är optimallösningen helt oförändrad?

Är optimala baslösningen oförändrad?

För hur stora ändringar ändras inte (bas)lösningen?

Om optimal baslösning inte ändras blir alla förändringar lätta att räkna ut, för då ändras inte B^{-1}.

Stoppa in nya b och/eller c i $x_B = B^{-1}b$, $y = {B^{-1}}^T c_B$ och $z = c_B^T x_B$.

Känslighetsanalys

Vi beaktar ändringar av:

- Högerled, b. Kolla tillåtenhet, $x_B = B^{-1}b \geq 0$.
- Målfunktionskoefficient, c. Kolla optimalitet = dual tillåtenhet.

  För ickebasvariabel, c_N: $c_N \leq N^T y^*$.

  (Ändringen i $\hat{c}$ blir lika stor som ändringen i c.)

  För basvariabel, c_B: Beräkna $y = {B^{-1}}^T c_B$ och kolla $N^T y \geq c_N$.
- Addition av nytt bivillkor, $a_i^T x \leq b_i$. Kolla tillåtenhet, $a_i^T x^* \leq b_i$.
- Addition av ny variabel, x_k, med kolumn a_k och målfunktionskoefficient c_k (dvs. dualt bivillkor, $a_k^T y \geq c_k$).

  Kolla optimalitet = dual tillåtenhet.

  Primal optimalitet: $\hat{c}_k = c_k - a_k^T y^* \leq 0$.

  Alternativ: Kolla **dual tillåtenhet**: $a_k^T y^* \geq c_k$.

Vårt musexempel

$$
\begin{array}{llrcrcrlll}
\max & z = & 4x_1 & + & 3x_2 & & & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 & (1) & (y_1) & \text{(knappar)} \\
 & & x_1 & & & \leq & 6 & (2) & (y_2) & \text{(optik)} \\
 & & 6x_1 & + & 4x_2 & \leq & 50 & (3) & (y_3) & \text{(monteringstid)} \\
 & & x_1, & & x_2 & \geq & 0 & & &
\end{array}
$$

LP-dual:

$$
\begin{array}{llrcrcrcrlll}
\min & v = & 30y_1 & + & 6y_2 & + & 50y_3 & & & & & \\
\text{då} & & 2y_1 & + & y_2 & + & 6y_3 & \geq & 4 & (1) & (x_1) & \text{(Optimus)} \\
 & & 3y_1 & & & + & 4y_3 & \geq & 3 & (2) & (x_2) & \text{(Rullmus)} \\
 & & y_1, & & y_2, & & y_3 & \geq & 0 & & &
\end{array}
$$

Optimaltablå:

Bas	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\hat{b}$
z	1	0	0	1/5	0	3/5	36
x_4	0	0	0	2/5	1	-3/10	3
x_1	0	1	0	-2/5	0	3/10	3
x_2	0	0	1	3/5	0	-1/5	8

Känslighetsanalys i simplextablån

Optimaltablå för vårt exempel:

Bas	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\hat{b}$
z	1	0	0	1/5	0	3/5	36
x_4	0	0	0	2/5	1	-3/10	3
x_1	0	1	0	-2/5	0	3/10	3
x_2	0	0	1	3/5	0	-1/5	8

Optimallösning: $x_1 = 3,\ x_2 = 8,\ z = 36.$
Skuggpriser: $y_1 = 1/5,\ y_2 = 0,\ y_3 = 3/5.$

Vad skulle vi tjäna på en ökning av tillgången av knappar?

Det är en ökning av b_1, så vi tjänar $y_1 = 1/5$ per enhets ökning.

För hur stor ökning gäller detta? Kolla $B^{-1}b \geq 0$.

Känslighetsananlys i simplextablån

Kan läsa av B^{-1} under slackvariablerna i optimaltablån.

Bas	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\hat{b}$
z	1	0	0	1/5	0	3/5	36
x_4	0	0	0	2/5	1	-3/10	3
x_1	0	1	0	-2/5	0	3/10	3
x_2	0	0	1	3/5	0	-1/5	8

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2/5 & 1 & -3/10 \\ -2/5 & 0 & 3/10 \\ 3/5 & 0 & -1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ 6 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2b_1/5 - 9 \\ -2b_1/5 + 15 \\ 3b_1/5 - 10 \end{pmatrix} \geq 0$$

vilket ger $22.5 \leq b_1 \leq 37.5$.

Så vi tjänar 1/5 kr per ytterligare knapp, för b_1 upp till 37.5.

Exempel: Ny variabel

Ska Mickey AB göra en ny sorts mus, SuperGamer, som består av en knapp och två optiska enheter, kräver 5 min för montering och ger intäkten 3 kr/enhet?

Ny variabel, x_6: kolumn: $a_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ målfunktionskoefficient: $c_6 = 3$.

Dual optimallösning (skuggpriser) : $y_1 = 1/5,\ y_2 = 0,\ y_3 = 3/5.$

Reducerad kostnad (dual tillåtenhet):
$\hat{c}_6 = c_6 - a_6^T y = 3 - (1/5 + 3) = -1/5 \leq 0.$

Slutsats: Låt x_6 förbli noll. Gör inga SuperGamer.

Mickey vill justera priset så att SuperGamer blir lönsam.

Bestäm c_6 så att $\hat{c}_6 > 0$:

$\hat{c}_6 = c_6 - a_6^T y = c_6 - (1/5 + 3) = c_6 - 3.2 > 0$ om $c_6 > 3.2$.

För att få lite marginal sätter man priset så att intäkten blir 3:50 kr.

Känslighetsananlys från koder

Indatafil: (GMPL)

```
var x1 >= 0;
var x2 >= 0;

maximize obj:    4*x1 + 3*x2;
subject to con1: 2*x1 + 3*x2 <= 30;
subject to con2:   x1        <= 6;
subject to con3: 6*x1 + 4*x2 <= 50;
end;
```

Lösning av problemet: Skriv

```
glpsol -m lp-ko1.mod -o lp-ko1.sol
```

Känslighetsananlys från koder

På skärmen (rensat):

```
Reading model section from lp-ko1.mod...
11 lines were read
Model has been successfully generated
GLPK Simplex Optimizer, v4.44
4 rows, 2 columns, 7 non-zeros
Preprocessing...
2 rows, 2 columns, 4 non-zeros
Scaling...
 A: min|aij| =  2.000e+00  max|aij| =  6.000e+00  ratio =  3.000e+00
Problem data seem to be well scaled
Constructing initial basis...
Size of triangular part = 2
*     0: obj =   0.000000000e+00  infeas =  0.000e+00 (0)
*     3: obj =   3.600000000e+01  infeas =  0.000e+00 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used:   0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (108000 bytes)
Writing basic solution to 'lp-ko1.sol'...
```


Känslighetsananlys från koder

I utdatafilen lp-ko1.sol (rensat):

```
Problem:    lp
Rows:       4
Columns:    2
Non-zeros:  7
Status:     OPTIMAL
Objective:  obj = 36 (MAXimum)

 No.   Row name   St   Activity   Lower bound  Upper bound  Marginal
--- ------------ -- ----------- ----------- ------------ -----------
  1 obj          B          36
  2 con1         NU         30                        30         0.2
  3 con2         B           3                         6
  4 con3         NU         50                        50         0.6

 No. Column name  St   Activity   Lower bound  Upper bound  Marginal
--- ------------ -- ----------- ----------- ------------- ----------
  1 x1           B           3           0
  2 x2           B           8           0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:
```


Känslighetsananlys från koder

Lösning av problemet med känslighetsanalys: Skriv

```
glpsol -m lp-ko1.mod --bounds lp-ko1.bnd
```

I utdatafilen lp-ko1.bnd (rensat):

```
GLPK 4.44 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT
Problem:    lpluma
Objective:  obj = 36 (MAXimum)

   No. Row name     St      Activity         Slack   Lower bound       Activity      Obj
                                          Marginal   Upper bound          range
------ ------------ -- ------------- ------------- -------------  ------------- --------
     1 obj          BS      36.00000     -36.00000          -Inf       30.00000     -1.(
                                                 .          +Inf       36.00000

     2 con1         NU      30.00000             .          -Inf       22.50000      -.:
                                            .20000      30.00000       37.50000

     3 con2         BS       3.00000       3.00000          -Inf              .     -2.(
                                                 .       6.00000        8.33333       .!

     4 con3         NU      50.00000             .          -Inf       40.00000      -.(
                                            .60000      50.00000       60.00000
```


Känslighetsananlys från koder

Sida 2 i utdatafilen lp-ko1.bnd (rensat):

```
GLPK 4.44 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT
Problem:    lpluma
Objective:  obj = 36 (MAXimum)

   No. Column name  St      Activity      Obj coef   Activity       Obj coef  Obj value
                                          Marginal      range          range  break po
------ ------------ -- ------------- ------------- ---------- -------------- ----------
     1 x1           BS       3.00000       4.00000       -Inf        2.00000      30.00
                                                 .    6.00000        4.50000      37.50

     2 x2           BS       8.00000       3.00000    3.50000        2.66667      33.33
                                                 .   10.00000        6.00000      60.00

End of report
```

Vileopt

Att tänka på inför lab 1:

Skuggpris? Reducerad kostnad?
Vad händer om man gör fel i simpexmetoden?