

TAOP88/TEN 1 OPTIMERING FÖR INGENJÖRER

Datum: 30 oktober 2015
Tid: 8.00-13.00
Hjälpmedel: Miniräknare
Kurslitteratur: Kaj Holmberg: *Optimering*
Anteckningar i boken får förekomma.
Antal uppgifter: 8
Antal sidor: 5
Uppgifterna är *inte* ordnade efter svårighetsgrad.
Totalt antal poäng är 40. För godkänt krävs 16 poäng.
Examinator: Kaj Holmberg
Jourhavande lärare: Kaj Holmberg, tel 013-282867
Resultat meddelas per e-post

Tentamensinstruktioner

När Du löser uppgifterna

*Redovisa dina beräkningar och din lösningsmetodik noga.
Motivera alla påståenden du gör.
Använd de standardmetoder som ingår i kursen.*

*Skriv endast på ena sidan av lösningsbladen. Använd inte rödpenna.
Behandla endast en huvuduppgift på varje blad.*

Vid skrivningens slut

*Sortera dina lösningsblad i uppgiftsordning.
Markera på omslaget vilka uppgifter du behandlat.
Kontrollräkna antalet inlämnade blad och fyll i antalet på omslaget.*

får lösas grafiskt. Ange lösning och total vinst. (3p)

Uppgift 3

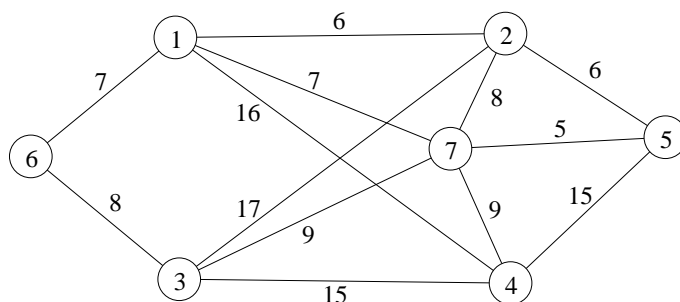
Alla suddgummin i uppgift 1 görs av firma Kautschuk Oy. De görs dock inte av latex längre, utan av butylgummi och neoprengummi. För att bestämma den optimala blandningen, formulerar man följande optimeringsproblem, där x_1 står för mängd butylgummi och x_2 för mängden neoprengummi.

$$\begin{aligned} \min f(x) = & 3x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 3x_1x_2 \\ \text{då} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \\ & 0 \leq x_2 \leq 4 \end{aligned}$$

- a) Använd KKT-villkoren för att avgöra om någon av punkterna A: (1, 1), B: (2, 2), C: (0, 3) och D: (0.5, 0.5) ger den optimala lösningen. (3p)
- b) Rita in eventuella tillåtna förbättringsriktningar i punkterna i uppgift a. (Utnyttja gärna resultat från uppgift a.) (2p)
- c) Starta i $x_1 = 1$ och $x_2 = 1$ och lös problemet med Zoutendijks metod. (3p)

Uppgift 4

Dagisklassen från dagiset Snöpigan ska plocka svamp. Man har 6 platser där det brukar finnas svamp, och vill gå till alla dessa, och sedan hem igen. Eftersom det kan vara svårt att hålla ihop en flock dagisbarn i skogen, vill man gå den kortaste rundturen. Nedanstående graf anger möjliga vägar genom skogen. På varje båge står avståndet. Nod 1 är Snöpigan.

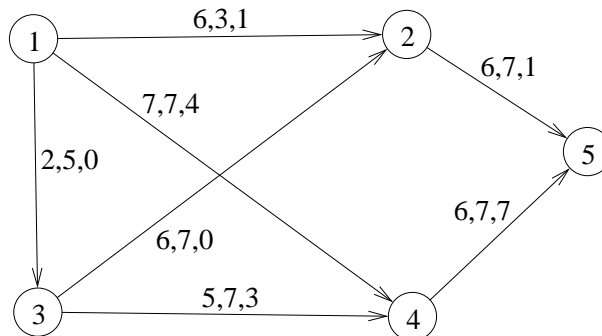


- a) Vilket känt optimeringsproblem är det att finna den kortaste rundturen? Finn en bra rundtur med valfri metod. Beskriv dock metoden. Finn även en undre gräns på det optimala målfunktionsvärdet med en känd relaxation av problemet, och ange hur långt ifrån optimum lösningen är (i värsta fall). (3p)
- b) Trots all försiktighet glöms lille Kalle kvar i skogen. Kalle är en försiktig parvel och kommer inte att avvika från stigarna, så om man bara genomsöker alla stigar,

kommer man så småningom att hitta Kalle. Vilket känt optimeringsproblem är det att finna en kortaste rundtur som genomgår all stigarna? Finn en optimal rundtur. (3p)

Uppgift 5

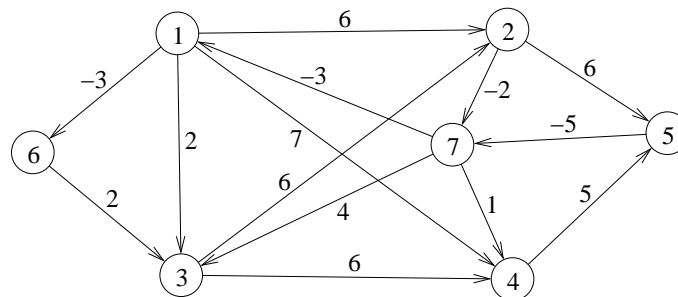
K-frakt har fem pallar gummi i nod 1 och tre i nod 3, och ska transportera 8 pallar till nod 5. Nedanstående nätverk visar de möjliga transportvägarna. På bågarna står först transportkostnad per pall, sedan övre gräns för hur många pallar som kan skickas den vägen och sist ett möjligt sätt att skicka pallarna.



- a) Starta med lösningen i uppgift a och finn ett minkostnadsflöde med simplexmetoden för nätverk. (3p)
- b) Man kan alternativt använda båt från nod 3 till nod 5, till en kostnad av 9 per pall. Skulle detta sänka den optimala totalkostnaden? Ledning: Finn svaret med hjälp av nodpriser. (1p)

Uppgift 6

Snöröjare Sören ska köra sin lastbil från nod 1 till nod 5. Han har inte monterat bort snöplogen, så han kan, om så önskas, fälla ner plogen och ploga en sträcka. På vissa sträckor finns snö som behöver tas bort, så om han kör där, kommer han att ploga och därvid tjäna pengar. På andra sträckor kostar det bara att åka. Förväntad nettokostnad står på varje båge.



a) Finn den väg som minimerar kostnaden med en lämplig metod. Kommer han att utföra någon snöröjning? (2p)

b) Det finns en liten skogsväg från nod 6 till nod 4 som Sören skulle kunna ta. Vad får kostnaden för den vägen högst vara, om det ska löna sig för Sören att ta den vägen? (1p)

Uppgift 7

Betrakta grafen i uppgift 5, men strunta i kostnader och flöde. Finn maxflöde från nod 1 till nod 6. Starta med flödet noll och gör alla steg i metoden tydligt. Ange minsnitt. (3p)

Uppgift 8

Fyra studenter ska ägna vinterlovet åt att måla roliga figurer på suddgummin. Det finns fyra olika motiv och varje motiv ska målas på hundra suddgummin, och varje student ska ta hand om ett motiv. Studenterna har olika skicklighet när det gäller målning, och man har uppskattat tidsåtgången för varje student att måla varje motiv, se följande matris, där rader motsvarar studenter och kolumner motiv. Man vill fördela motiven mellan studenterna så att den totala tiden för arbetet blir så kort som möjligt. Varje student ska göra ett motiv och varje motiv ska målas hundra gånger (av samma person).

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Lös problemet med ungerska metoden. Ange optimal lösning samt total tid. Ange även dual optimallösning och kontrollera starka dualsatsen. (3p)

b) Student nummer 2 har klämt fingret i en dörr, så alla motiv kommer att ta 10 tidsenheter mer. (Dvs. lägg till 10 till den andra raden i kostnadsmatrisen.) Kommer den primala och duala lösningen att ändras, och i så fall hur? (Lös inte om problemet.) (1p)