LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

KURSKOD: TATA16
Provkod: TEN1

TENTAMEN I LINJÄR ALGEBRA (TATA16)
2024-12-17 KL 08-13

Inga hjälpmedel tillåtna. Varje uppgift kan ge 3 poäng. För godkänt krävs 8 poäng, varav minst 2 poäng skall tas på 3 olika uppgifter.
Godkänd på kontrollskivningen med poäng ≤ 15 ger 3 poäng på uppgift 1 och med poäng ≥ 16 får man 1 bonus-poäng till. Skriv 'G' eller 'G+1' i motsvarande rutan på omslaget. Resultatet kommer efter två veckor.

1. (i) Bestäm en ekvation för planet π med en normalvektor $\overline{n} = (1, -1, 1)$ och som går genom punkten $P(1, 2, -3)$ (1p).
   (ii) Finn speglingen R av punkten $Q(2, 0, 3)$ i planet π (1p).
   (iii) Bestäm arean av triangeln ΔPQR (1p).

2. Betrakta följande system med kvadratisk ekvationssystem matris

$$\begin{cases} x - y + 2z = -k \\ 3x - 3y + (4-k)z = -6k - 1 \\ 2x + (k-5)y + 7z = 2k - 6 \end{cases}$$

   (i) Finn värde på k för vilket systemet
   har oänligt många lösningar och ange lösningsmängden för detta k (2p).
   (ii) Finn värde på k för vilket systemet saknar lösningar (1p).

3. (i) Bestäm den räta linje $y = kx + b$ som bäst approximerar följande data i minstakvadratmening

x :	0	1	2	3
y :	1	3	1	4

(2p)

   Tips. Börja med att skriva motsvarande linjärt ekvationssystem med obekanta k, b.
   (ii) Rita figur med *punkterna* och *linjen*. (1p).

Vänd !

4. Bestäm alla lösningar till differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 4y_2 \\ y_3' = -2y_2 + y_3 \end{cases} .$$

5. Betrakta ekvationen $5x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 = 3$.

   (i) Ange en variabelsubstitution $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$, där P är en ON-matris, som transformerar den här ekvationen till en ny ekvation i variablerna y_1, y_2 utan termen y_1y_2. Få fram den nya ekvationen genom insättningen av den här substitutionen i den givna ekvationen. (2p).

   (ii) Rita lösningsmängden till ekvationen i x_1, x_2-koordinatsystem. (1p)

6. Man spelar ett spel på planet med ett koordinatsystem. Under varje steg punkten (a, b) övergår till punkten (c, d) enligt följande formel:

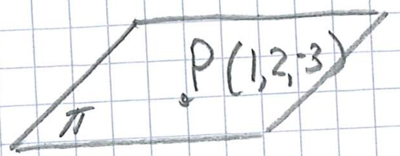
$$\begin{cases} c = 2a + 3b \\ d = 4a + b \end{cases}$$

   (i) Skriv om systemet på matrisform och lös ut (a, b) (1p)

   (ii) Var befann vi oss på planet i början av spelet om efter 25 steg vi är i punkten $(1, -2)$? (2p)

(1)

(i) $\bar{n}(1,-1,1)$

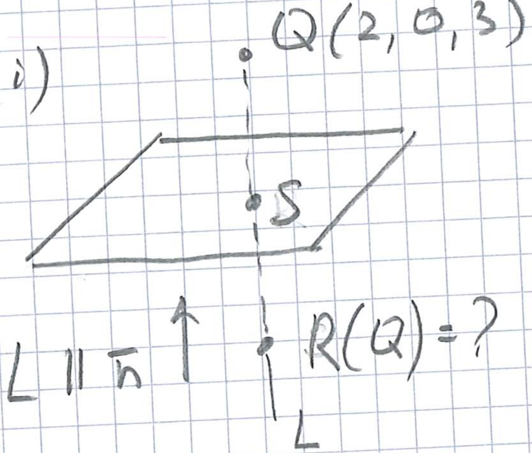


$Ax + By + Cz + D = 0$ eller $x - y + z + D = 0$

Sätt in P i ekv $1 - (2) + (-3) + D = 0$

$\Rightarrow D = 4 \Rightarrow \pi: \underline{x - y + z + 4 = 0}$

(ii)



$$L: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 - t \\ z = 3 + t, \quad t \in R \end{cases}$$

Sätt in i π's ekv:

$(2+t) - (-t) + (3+t) + 4 = 0$ eller $3t + 9 = 0 \Leftrightarrow \underline{t = -3}$

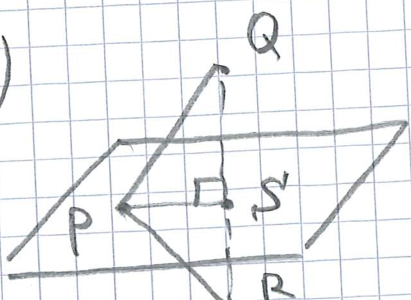
$$\Rightarrow S: \begin{Bmatrix} 2-3 \\ -(-3) \\ 3-3 \end{Bmatrix} = (-1, 3, 0)$$

$\Rightarrow \overline{QS} = S - Q = (-1,3,0) - (2,0,3) = (-3, 3, -3)$

$\Rightarrow R(Q) = S + \overline{QS} = (-1,3,0) + (-3,3,-3) =$

$\underline{= (-4, 6, -3)}$

(iii)



Area $\Delta PQR =$

$= \frac{1}{2} |\overline{PS}| \cdot |\overline{QR}|$

$$\overline{PS} = S-P = (-1,3,0)-(1,2,-3) = (-2,1,3)$$

$$|\overline{PS}| = \sqrt{(-2)^2+1^2+3^2} = \sqrt{14}$$

$$|\overline{QR}| = 2\cdot|\overline{QS}| = 2\cdot 3\cdot\sqrt{(-1)^2+1^2+(-1)^2} = 6\sqrt{3}$$

$\Rightarrow$ Arean $\Delta\, PQR = \frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{3}\cdot\sqrt{14} = \underline{3\sqrt{42}}$

(2) (i)

$$\begin{cases} x-y+2z=-k \\ 3x-3y+(4-k)z=-6k-1 \\ 2x+(k-5)y+7z=2k-6 \end{cases}$$

k med oändligt många lösningar?

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & (4-k) \\ 2 & (k-5) & 7 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & (4-k) \\ 2 & (k-3) & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$+$

$\Leftrightarrow (k-3)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4-k \end{vmatrix} = 0$ eller

$(k-3)\cdot(4-k-6)=0 \Leftrightarrow (k-3)\cdot(-k-2)=0 \Leftrightarrow$

$k_1 = 3, \quad k_2 = -2$

Fall $k_1 = 3$:
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 1 & -19 \\ 2 & -2 & 7 & 0 \end{array}\right] \begin{matrix} \times(-3),\ \times(-2) \\ \sim \\ \end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{array}\right] \sim \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right] \end{array}$$

$$x - y + 2z = -3$$

$z = 2$, $y = t$, $x - t + 2 \cdot 2 = -3$ eller $x = -7 + t$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -7 + t \\ y = t \\ z = 2, \quad t \in R \end{cases}$$

Fall $k_2 = -2$: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 6 & 11 \\ 2 & -7 & 7 & -10 \end{array}\right] \times(-3), \times(-2) \sim$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline 0 & -5 & 3 & -14 \end{array}\right] \Leftrightarrow \emptyset$$

(3) $y = kx + b$

x	0	1	2	3
y	1	3	1	4

Insättning i ekv:

$$(*) \begin{cases} 1 = k \cdot 0 + b \\ 3 = k \cdot 1 + b \\ 1 = k \cdot 2 + b \\ 4 = k \cdot 3 + b \end{cases} \Leftrightarrow A \cdot \underset{X}{\underbrace{\begin{bmatrix} k \\ b \end{bmatrix}}} = \underset{B}{\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}}} \text{ där } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Obs

$$\begin{array}{cc} k & b \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{array}\right]$$

om $b=1$ så är

$k+1=3 \Rightarrow k=2$

$2k+1=1 \Rightarrow k=0$ ($2 \neq 0$)

$\Rightarrow$ (*) saknar lösning.

Normalekvationerna: $A^T A \cdot X = A^T \cdot B$ (**)

$$A^T A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 6 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^T B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2+12 \\ 1+3+1+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$(**) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 14 & 6 & 17 \\ 6 & 4 & 9 \end{array}\right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \times(-2) \end{array} \sim \left[\begin{array}{cc|c} 2 & -2 & -1 \\ 6 & 4 & 9 \end{array}\right] \begin{array}{l} \times(2) \\ \leftarrow + \end{array} \sim$$

$$\begin{array}{cc} k & b \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & -2 & -1 \\ 10 & 0 & 7 \end{array}\right] \Rightarrow$$

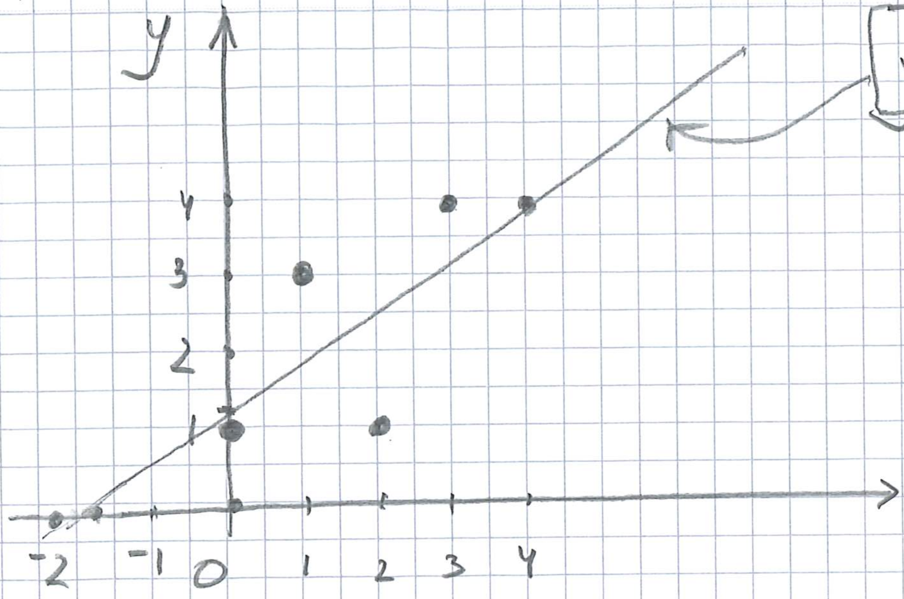
$10k = 7 \Rightarrow k = \frac{7}{10}$

$2k - 2b = -1$ eller

$\cancel{2}^{1} \cdot \frac{7}{\cancel{10}_{5}} - 2b = -1 \Rightarrow b = \left(\frac{7}{5}+1\right)\cdot\frac{1}{2} =$

$= 12/10 = 1.2$

$\Rightarrow$ $\underline{y = 0.7x + 1.2}$



$\boxed{y = 0.7x + 1.2}$

$x = 0,\ y = 1.2$

$y = 0,\ x = -\frac{12}{7} = -1\frac{5}{7}$

$x = 4 \Rightarrow y = 0.7 \cdot 4 + 1.2 =$

$= 2.8 + 1.2 = \underline{4}$

(4) (i)

$$(*)\ \begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 4y_2 \\ y_3' = -2y_2 + y_3 \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix},\ Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$(*) \Leftrightarrow \underline{Y' = A \cdot Y}$

Är A diagonaliserbar?

$$|A - \lambda E| = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} (1-\lambda) & -2 & 0 \\ 1 & (4-\lambda) & 0 \\ 0 & -2 & (1-\lambda) \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$(1-\lambda) \cdot \begin{vmatrix} (1-\lambda) & -2 \\ 1 & (4-\lambda) \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (1-\lambda) \cdot (\lambda^2 - 5\lambda + 6) = 0$$

$\Leftrightarrow \underline{\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 3} \Rightarrow$ olika $\Rightarrow$ ja

Finn en bas för R^3 bestående av egenvektorer till A.

$$\lambda_1 = 1: \quad \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = 0 \\ x_1 = 0, \quad t \neq 0 \end{cases}$$

Sätt in $t = 1 \Rightarrow \bar{p}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\lambda_2 = 2: \quad \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = -\frac{t}{2} \\ x_1 = t, \quad t \neq 0 \end{cases}$$

Sätt in $t = 2: \Rightarrow \bar{p}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\lambda_3 = 3: \quad \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x_3 = t \\ x_2 = -t \\ x_1 = t, \quad t \neq 0 \end{cases}$$

sätt in $t = 1 \Rightarrow \bar{p}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

En bas av egenvektorer $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$

Alla lösningar till $(*)$:

$$Y(t) = c_1 \cdot e^{t} \cdot \bar{p}_1 + c_2 \cdot e^{2t} \cdot \bar{p}_2 + c_3 \cdot e^{3t} \cdot \bar{p}_3, \quad c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}, \; t \in \mathbb{R}$$

eller

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = c_1 e^{t} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \cdot e^{2t} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \cdot e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(ii) $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eller

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right] \times(-2) \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \quad c_3 = 1$$

$c_2 + \underset{1}{\underset{\shortparallel}{c_3}} = 2 \Rightarrow c_2 = 1$

$c_1 + 2\underset{1}{\underset{\shortparallel}{c_2}} + \underset{1}{\underset{\shortparallel}{c_3}} = 5$

$c_1 = 2$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = 2 \cdot e^{t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e^{2t} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(5) $\underbrace{5x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2}_{\overset{\shortparallel}{Q(x_1,x_2)}} = 3$

$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $|A - \lambda E| = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} (5-\lambda) & 2 \\ 2 & (2-\lambda) \end{vmatrix} = 0$

eller $\lambda^2 - 7\lambda + 6 = 0 \Leftrightarrow \lambda_{1,2} = 1, 6$

$\lambda_1 = 1$: $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad 2x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow \bar{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\lambda_2 = 6$: $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \hline \end{array} \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}$ $\quad x_1 - 2x_2 = 0 \Rightarrow \bar{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Sätt $\bar{p}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$, $\bar{p}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ bas F

$\updownarrow$ 6 $\qquad$ $\updownarrow$ 1

bas $G = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$P = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ är ON matris

$\boxed{F = G \cdot P}$

Obs $|P| = 1 > 0$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} 2y_1 - \frac{1}{\sqrt{5}} y_2 \\ x_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} y_1 + \frac{2}{\sqrt{5}} y_2 \end{cases}$$

Insättning: $5 \cdot \frac{1}{5}(4y_1^2 - 4y_1y_2 + y_2^2) +$

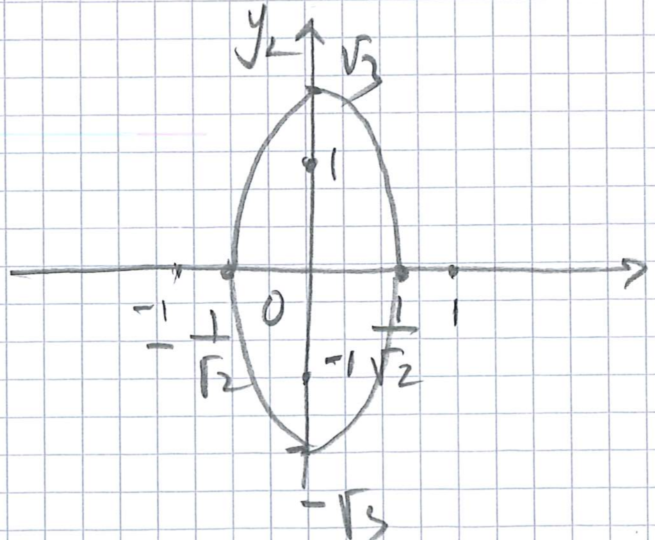
$$\frac{4}{5}(2y_1^2 + 3y_1y_2 - 2y_2^2) + \frac{2}{5}(y_1^2 + 4y_1y_2 + 4y_2^2) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}(20y_1^2 - \underline{20y_1y_2} + 5y_2^2 + 8y_1^2 + \underline{12y_1y_2} - 8y_2^2 +$$

$$+ 2y_1^2 + \underline{8y_1y_2} + 8y_2^2) = 3 \quad \text{eller}$$

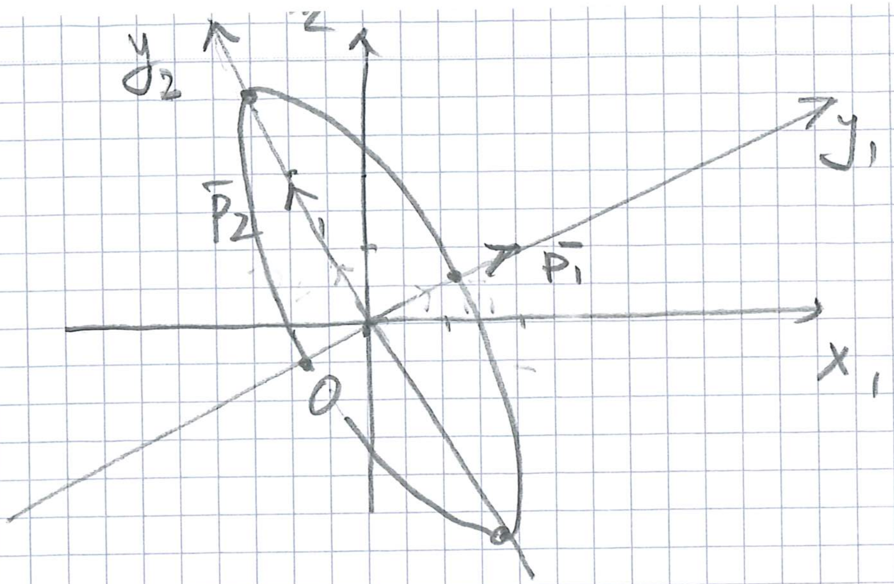
$$\frac{1}{5}(30y_1^2 + 5y_2^2) = 3 \quad \text{eller} \quad \boxed{6y_1^2 + 1 \cdot y_2^2 = 3}$$

(en ellips)



$y_2 = 0$, $6y_1^2 = 3$ eller $y_1 = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$y_1 = 0$, $y_2^2 = 3$ eller $y_2 = \pm\sqrt{3}$



⑥ (i) $\begin{cases} c = 2a + 3b \\ d = 4a + b \end{cases}$ $\qquad \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

där $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad$ Obs $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 12 = -10 \neq 0$

$\Rightarrow$ A^{-1} existerar

$\Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$

Sätt $B = A^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10}(c - 3d) \\ b = -\frac{1}{10}(-4c + 2d) \end{cases}$

(ii) Startpunkt är $B^{25} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = S'$

Diagonalisera A: $\quad |A - \lambda E| = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} (2-\lambda) & 3 \\ 4 & (1-\lambda) \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow \lambda^2 - 3\lambda - 10 = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = -2, \ \lambda_2 = 5$

$$\lambda_1 = -2: \quad \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} -3 & 4 \end{array}$$

$$\lambda_2 = 5: \quad \begin{bmatrix} -3 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cc} 1 & 1 \end{array} \end{array} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 2 \\ -2 & 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{A = P \cdot D \cdot P^{-1}}, \text{ där } D = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

<u>Obs</u> $A^{-1} = (P D P^{-1})^{-1} = \underline{P D^{-1} P^{-1} = B}$

$$B^{25} = P \cdot (D^{-1})^{25} \cdot P^{-1}$$

<u>Obs</u> $\det P = -7 \Rightarrow P^{-1} = -\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)^{25}}^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{25}} & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{7}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{25} & \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \\ -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{25} & \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \underline{-\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{25} + 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \\ -3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{23} + 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \end{bmatrix}}$$