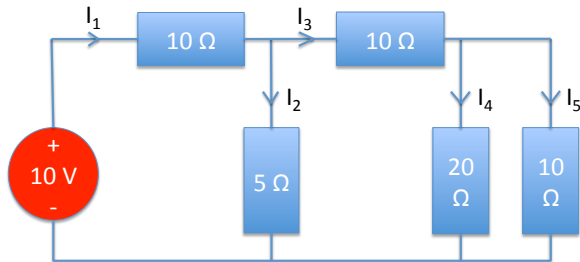
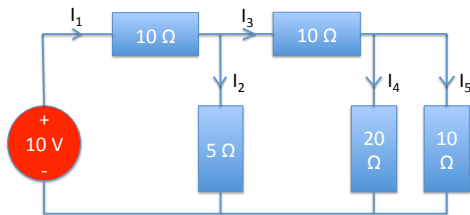


# Linjära ekvationssystem och enkla likströmskretsar

Bestäm strömmarna  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  och  $I_5$  i denna krets.



Kom ihåg:  $U = RI$



Kirchhoffs lagar

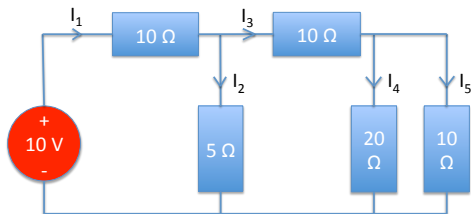
I varje nod: total ström in = total ström ut  $\implies$

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{och} \quad I_3 = I_4 + I_5$$

I varje loop: spänning loopen runt summeras till noll  $\implies$

$$10I_1 + 5I_2 = 10, \quad 10I_3 + 20I_4 - 5I_2 = 0 \quad \text{och} \quad 10I_5 - 20I_4 = 0$$

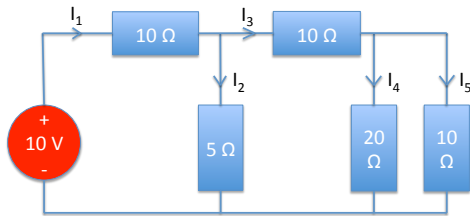
5 ekvationer för 5 obekanta, lös!



Ekvationssystem för strömmarna (mätta i Ampere):

$$\left\{ \begin{array}{rcl} I_1 & -I_2 & -I_3 & = & 0 \\ & & I_3 & -I_4 & -I_5 & = & 0 \\ 10I_1 & +5I_2 & & = & 10 \\ & -5I_2 & +10I_3 & +20I_4 & & = & 0 \\ & & & -20I_4 & +10I_5 & = & 0 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} I_1 = 13/18 \\ I_2 = 10/18 \\ I_3 = 3/18 \\ I_4 = 1/18 \\ I_5 = 2/18 \end{array} \right.$$

Entydig lösning! Vad skulle annars hända?

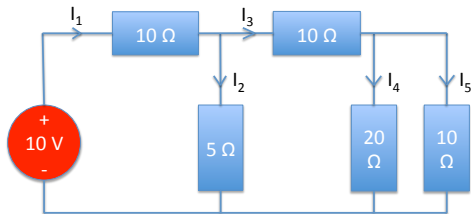


Vad händer om en ekvation glöms, t.ex.  $10I_3 + 20I_4 - 5I_2 = 0$  ?

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 10I_1 + 5I_2 = 10 \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0 \\ -20I_4 + 10I_5 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} I_1 = 2/3 + t \\ I_2 = 2/3 - 2t \\ I_3 = 3t \\ I_4 = t \\ I_5 = 2t \end{cases}$$

Oändligt många lösningar! Orimligt, bara en sak sker ju i kretsen.

Enda rätta  $t$ -värdet är  $t = 1/18$  (vilket också ses av att  $10I_3 + 20I_4 - 5I_2 = 10 \cdot 3t + 20t - 5(2/3 - 2t) = 60t - 10/3 = 0$ ).



Vad händer om vi lägger till fler ekvationer till de fem vi hade, t.ex.

$$I_1 = I_2 + I_4 + I_5 \quad (\text{strömmar i undre nod}), \text{ eller}$$

$$10I_1 + 10I_3 + 10I_5 = 10 \quad (\text{spänningar i yttre loopen}) ?$$

Svar: Vi får fortfarande den rätta entydiga lösningen! Ekvationerna här är kombinationer av de övriga fem och är ju sanna, något entydigt händer garanterat fysikaliskt!

**Matematisk modellering** av verkliga problem bör leda till ekvationer som har en entydig lösning då endast en sak händer fysikaliskt.

Det är en konst att veta vilka variabler, funktioner, ekvationer, information etc som behövs. Att formulera problemet kan vara svårare än att lösa de uppställda ekvationerna (och inget facit finns i verkligheten).

