

# Exempel m.m. Föreläsning 1:

①

## Lösning (Exempel 1):

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases} \xrightarrow{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ -2x_2 = -2 \end{cases} \xrightarrow{-1/2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 - 3 \cdot 1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

SVAR:  $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$  (all.  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ).

## Lösning (Exempel 2):

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 4 \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{①}} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 4 \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{②}} \xrightarrow{\text{②}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ 6x_3 = 0 \\ 7x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases} \xrightarrow{1/6} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ 7x_2 - 4x_3 = 5 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - 2 \cdot \frac{5}{7} = \frac{14-10}{7} = \frac{4}{7} \\ x_2 = \frac{5+4 \cdot 0}{7} = \frac{5}{7} \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

SVAR:  $\begin{cases} x_1 = 4/7 \\ x_2 = 5/7 \\ x_3 = 0 \end{cases}$ .

Lösning (Exempel 3):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 0 = 2 \end{cases}$$

SVAR: Lösning saknas

Lösning (Exempel 4):

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 4 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 7x_2 + 5x_3 = 5 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 7x_2 + 5x_3 = 5 \\ 7x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 7x_2 + 5x_3 = 5 \\ (0 = 0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - 2 \cdot \left(\frac{5-5t}{7}\right) - 3t = \frac{14 - 10 + 10t - 21t}{7} = \frac{4-11t}{7} \\ x_2 = \frac{5-5t}{7} \\ x_3 = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

SVAR:  $\begin{cases} x_1 = \frac{4-11t}{7} \\ x_2 = \frac{5-5t}{7} \\ x_3 = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

(OBS! Vi kunde även valt  $x_3 = 7s$  t.ex. och fått)

$$\begin{cases} x_1 = \frac{4}{7} - 11s \\ x_2 = \frac{5}{7} - 5s \\ x_3 = 7s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

Lösning (Exempel 5):

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \textcircled{-2} \quad \textcircled{-3} \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_2 - 5x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_2 - 5x_3 - x_4 = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \\ \\ \textcircled{-1} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_2 - 5x_3 - x_4 = 2 \\ (0 \quad = \quad 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = (5 - 5s - 2t)/3 \\ x_2 = (2 + 5s + t)/3 \\ x_3 = s \\ x_4 = t \end{cases} \quad s, t \in \mathbb{R}$$

Lösning (Exempel 6):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \textcircled{-1} \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -s \\ x_2 = s \\ x_3 = 1 - t \\ x_4 = t \end{cases} \quad s, t \in \mathbb{R}$$