

## Kontrollskrivning i TATA24 Linjär Algebra

2019-10-22 kl 14.00–18.00

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa.

På uppgift 1–6 ska **endast svar** ges. De ska lämnas på ett **gemensamt papper** och ger högst 1 poäng per uppgift.

Uppgift 7–9 ger högst 3 poäng per uppgift. Till dessa krävs fullständiga och välmotiverade lösningar.

För godkänd kontrollskrivning krävs minst 10 poäng totalt. Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som uppgift 1–3 på tentamen.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Nedan ges  $\mathbb{R}^n$  alltid standardskalärprodukten, och standardbasen i  $\mathbb{R}^n$  ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Ange alla lösningar till ekvationssystemet 
$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ 3x + 4y - z = 5, \\ x + 3y + 3z = 0. \end{cases}$$
2. Bestäm vinkeln mellan vektorerna  $\mathbf{u} = (1, 2, 1)$  och  $\mathbf{v} = (-1, 0, 2)$  i  $\mathbb{R}^3$ .
3. Linjen som innehåller punkterna  $(6, 1, 0)$  och  $(4, -3, -2)$  skär den linje som innehåller punkterna  $(3, -2, 0)$  och  $(1, -3, 1)$ . I vilken punkt skär linjerna varandra?
4. Ange koordinaterna för vektorn  $\mathbf{u} = (3, 2)$  i basen  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  för  $\mathbb{R}^2$ , där  $\mathbf{v}_1 = (4, 3)$  och  $\mathbf{v}_2 = (2, 5)$ .
5. Bestäm en ekvation på normalform för det plan som innehåller punkterna  $(2, -1, 3)$ ,  $(1, 0, 1)$  och  $(3, 2, 2)$ .
6. Låt  $\mathbf{v} = (2, 1, -1, 1) \in \mathbb{R}^4$  och  $\mathbb{U} = [(3, 0, 1, 2)] \subseteq \mathbb{R}^4$ . Bestäm  $\mathbf{v}_{\parallel\mathbb{U}}$ , det vill säga den ortogonala projektionen av  $\mathbf{v}$  på  $\mathbb{U}$ .

---

7. Bestäm den linje  $y = kx + m$  som i minstakvadratmening bäst ansluter till följande punkter  $(x, y)$ :  $(-1, 1)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$  och  $(2, 4)$ .

8. Lös matrisekvationen  $XA = B + 2X$ , där  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  och  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

9. Låt  $\mathbb{U}_1 = [(1, 2, 3, 2), (0, 1, -1, -1)] \subseteq \mathbb{R}^4$  och låt  $\mathbb{U}_2$  vara det ortogonala komplementet i  $\mathbb{R}^4$  till  $[(-1, 1, -2, 1)]$ . Bestäm en bas för  $\mathbb{U}_1 \cap \mathbb{U}_2$ .

**LYCKA TILL!**