

## Kontrollskrivning i TATA24 Linjär Algebra

2020-11-01 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa.

På uppgift 1–6 ska **endast svar** ges. De ska lämnas på ett **gemensamt papper** och ger högst 1 poäng per uppgift.

Uppgift 7–9 ger högst 3 poäng per uppgift. Till dessa krävs fullständiga och välmotiverade lösningar.

För godkänd kontrollskrivning krävs minst 10 poäng totalt. Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som uppgift 1–3 på tentamen.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Nedan ges  $\mathbb{R}^n$  alltid standardskalärprodukten, och standardbasen i  $\mathbb{R}^n$  ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Ange alla lösningar till ekvationssystemet 
$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = 2, \\ x - y + 3z = 1, \\ x + y + 4z = 0. \end{cases}$$
2. Bestäm en ekvation, på normalform, för det plan som innehåller punkten  $(0, 3, 2)$  och linjen som ges av  $(x_1, x_2, x_3) = (2 + 4t, -1 - t, -t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .
3. Beräkna arean av den triangel vars hörn är punkterna  $(2, -1, -1)$ ,  $(3, 0, 1)$  och  $(4, -2, 2)$ .
4. Bestäm alla minstakvadratlösningar till ekvationssystemet 
$$\begin{cases} x + 3y = -3, \\ 2x + y = 2, \\ -2x - y = -6. \end{cases}$$
5. Ange koordinaterna för  $4x^2 - 3x$  i basen  $(1 + 3x^2, 2 + x + 2x^2, 2 + x^2)$  för  $\mathbb{P}_2$ .
6. Finn en bas för  $\mathbb{U}^\perp$  om  $\mathbb{U} = [(1, 2, -1, -2), (1, 0, 1, 0), (2, -1, 2, 2)] \subset \mathbb{R}^4$ .

---

7. Konstruera en ON-bas för  $\mathbb{U} = [(2, 0, 3, -1), (-3, 1, -7, 1), (5, -1, 1, -1)] \subset \mathbb{R}^4$ .

8. Betrakta följande två delrum till  $\mathbb{R}^4$ :

$$\begin{aligned} \mathbb{U} &= [(1, 1, -1, 1), (0, 2, 4, -5), (3, 1, 1, -2)], \\ \mathbb{V} &= \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \right\}. \end{aligned}$$

Avgör om  $\mathbb{V} \subseteq \mathbb{U}$ .

9. Låt  $\ell_1$  vara linjen som innehåller  $(1, 0, 3)$  och  $(2, 2, -1)$  och låt  $\ell_2$  vara linjen som innehåller  $(-1, -2, 3)$  och  $(1, 1, 2)$ . Bestäm en ekvation, på normalform, för något plan  $\Pi$  som varken skär  $\ell_1$  eller  $\ell_2$  och som är sådant att  $\ell_1$  och  $\ell_2$  ligger på varsin sida om  $\Pi$ .

**LYCKA TILL!**