Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Algebra, geometri och diskret matematik

Utbildningskod: TATA24
Modul: KTR1

Kontrollskrivning i TATA24 Linjär Algebra

2021-10-26 kl 14.00–18.00

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa.

På uppgift 1–6 ska **endast svar** *ges. De ska lämnas på ett* **gemensamt papper** *och ger högst 1 poäng per uppgift.*

Uppgift 7–9 ger högst 3 poäng per uppgift. Till dessa krävs fullständiga och välmotiverade lösningar.

För godkänd kontrollskrivning krävs minst 10 poäng totalt. Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som uppgift 1–3 på tentamen.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Nedan ges $\mathbb{R}^n$ alltid standardskalärprodukten, och standardbasen i $\mathbb{R}^n$ ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 3x - y - z = 6, \\ x + y - z = 8, \\ -x + 3y + z = 0. \end{cases}$

2. Låt $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)$ och $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}(2,1,-2)$. Ange en vektor $\mathbf{f}_3$ sådan att $(\mathbf{f}_1\ \mathbf{f}_2\ \mathbf{f}_3)$ utgör en ON-bas för $\mathbb{R}^3$.

3. Vilken punkt i planet som ges av $x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$ ligger närmast punkten $(7,7,4)$?

4. Låt ℓ vara linjen som ges av $(x_1,x_2,x_3) = (1-t, 2+2t, 3t)$, $t \in \mathbb{R}$. Bestäm en ekvation, på normalform, för det plan som är ortogonalt mot ℓ och innehåller punkten $(2,1,1)$.

5. Ange koordinaterna för vektorn $(2,7)$ i basen $((-1,3)\ \ (-7,8))$ för $\mathbb{R}^2$.

6. Beräkna inversen till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

---

7. Betrakta rummet $\mathbb{U} = [(1,2,-1,1),(1,-3,5,-4)] \subseteq \mathbb{R}^4$ och låt $\mathbf{v} = (3,4,2,-2)$. Beräkna den ortogonala projektionen av $\mathbf{v}$ på $\mathbb{U}$.

8. Låt $\mathbb{U} = [(2,-1,-2,3),(3,-1,-1,1),(1,0,1,-2),(1,-1,-3,5)] \subseteq \mathbb{R}^4$.
   (a) Bestäm en bas för $\mathbb{U}$. (1p)
   (b) Ange dimensionen för $\mathbb{U}$. (1p)
   (c) Avgör om $(6,-1,2,-5) \in \mathbb{U}$. (1p)

9. Låt ℓ_1 och ℓ_2 vara linjerna som ges av $(x_1,x_2,x_3) = (3+t, 1, 3+t)$, $t \in \mathbb{R}$, respektive $(x_1,x_2,x_3) = (2+t, t, 2t)$, $t \in \mathbb{R}$. Bestäm en ekvation, på parameterform, för den linje som innehåller $(-3,-3,-9)$ och skär både ℓ_1 och ℓ_2.

LYCKA TILL!