Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Algebra, geometri och diskret matematik

Utbildningskod: TATA24
Modul: KTR1

Kontrollskrivning i TATA24 Linjär Algebra

2023-10-25 kl 8.00-12.00

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa.

På uppgift 1–6 ska **endast svar** *ges. De ska lämnas på ett* **gemensamt papper** *och ger högst 1 poäng per uppgift.*

Uppgift 7–9 ger högst 3 poäng per uppgift. Till dessa krävs fullständiga och välmotiverade lösningar.

För godkänd kontrollskrivning krävs minst 10 poäng totalt.
Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som uppgift 1–3 på tentamen.

Svar anslås senast imorgon (26/10) kväll på kursens hemsida.

Nedan ges $\mathbb{R}^n$ alltid standardskalärprodukten, och standardbasen i $\mathbb{R}^n$ ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Lös
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation på normalform för det plan som innehåller såväl punkten $(2, 2, 2)$ som linjen $\{(1, 1, 1) + t(1, 0, 1) \,:\, t \in \mathbb{R}\}$.

3. Lös matrisekvationen $AX = 3I$ då $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Här betecknar I enhetsmatrisen (identitetsmatrisen), $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Hitta minstakvadratlösningarna till $AX = B$ då
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

5. Låt $\mathbf{u} = (1, 2, 2) \in \mathbb{R}^3, \mathbf{v} = (2, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$. Skriv $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ med $\mathbf{u}_1$ parallell med $\mathbf{v}$ och $\mathbf{u}_2$ ortogonal mot $\mathbf{v}$.

6. Ange koordinaterna för polynomet $2+2x \in \mathbb{P}_1$ med avseende på den ordnade basen $\begin{pmatrix} 2 - x & 2 + x \end{pmatrix}$.

---

7. Låt $U = [(1, 0, 1, 1), (5, 3, -7, -1)] \subseteq \mathbb{R}^4$, och låt $\mathbf{v} = (2, 3, -1, 2) \in \mathbb{R}^4$. Bestäm den ortogonala projektionen av $\mathbf{v}$ på U.

8. Låt $U = [(1, 1, 1, -1)]^\perp \subseteq \mathbb{R}^4$, $V = [(1, 0, -3, 1), (1, 1, -2, 2)] \subseteq \mathbb{R}^4$. Bestäm en bas för $U \cap V$.

9. Låt n vara ett positivt heltal, och låt
$$U = \{p(x) \in \mathbb{P}_n \,:\, p(17) = 0\}\,.$$
Visa att U är ett delrum till $\mathbb{P}_n$.