Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Algebra, geometri och diskret matematik

Utbildningskod: TATA24
Modul: KTR1

Kontrollskrivning i TATA24 Linjär Algebra

2023-10-26 kl 14.00-18.00

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa.

På uppgift 1–6 ska **endast svar** *ges. De ska lämnas på ett* **gemensamt papper** *och ger högst 1 poäng per uppgift.*

Uppgift 7–9 ger högst 3 poäng per uppgift. Till dessa krävs fullständiga och välmotiverade lösningar.

För godkänd kontrollskrivning krävs minst 10 poäng totalt.
Godkänd kontrollskrivning tillgodoräknas som uppgift 1–3 på tentamen.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Nedan ges $\mathbb{R}^n$ alltid standardskalärprodukten, och standardbasen i $\mathbb{R}^n$ ses som ett höger ON-system när lämpligt.

1. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 - x_2 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 12 \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation (på parameterform) för den linje som går genom punkten $P = (2, 3, 1)$ samt är ortogonal mot planet $x + y + z = -1$.

3. Lös matrisekvationen $3AX = I$ då $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Här betecknar I enhetsmatrisen (identitetsmatrisen), $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Hitta minstakvadrat-lösningarna till $AX = B$ då
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

5. Låt $\mathbf{u} = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3, \mathbf{v} = (2, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$. Skriv $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ med $\mathbf{u}_1$ parallell med $\mathbf{v}$ och $\mathbf{u}_2$ ortogonal mot $\mathbf{v}$.

6. Ange koordinaterna för polynomet $1+2x \in \mathbb{P}_1$ med avseende på den ordnade basen $\begin{pmatrix} 2 - x & 2 + x \end{pmatrix}$.

---

7. Låt $U = [(1, 0, 1, 1), (0, 2, 2, 0)] \subseteq \mathbb{R}^4$, och låt $\mathbf{v} = (0, 6, 5, -2) \in \mathbb{R}^4$. Bestäm minsta avståndet från $\mathbf{v}$ till U.

8. Låt $U = [(2, 1, -1, 3), (-9, 0, 7, -2)] \subseteq \mathbb{R}^4$, $V = [(1, 0, 1, 1), (1, 3, 0, 4)]^\perp \subseteq \mathbb{R}^4$. Bestäm en bas för $U \cap V$.

9. Låt n vara ett positivt heltal, och låt
$$U = \{p(x) \in \mathbb{P}_n \, : \, p(3) = 0\}\,.$$
Visa att U är ett delrum till $\mathbb{P}_n$.