KS, TATA24, 2022-10-26: SVAR & LÖSNINGSSKISSER

1) $x=-7,\ y=1,\ z=-2$ 2) $\sqrt{\frac{5}{6}}$ 3) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(1,2,1)$

4) $a=2$ 5) $\frac{7}{2},\ -\frac{1}{2}$ 6) $x+y-z=0$

7) Gram-Schmidt ger en ON-bas $(\bar{f}_1\ \bar{f}_2)$ för U:

$\bar{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{7}}(1,1,-1,2)$, $\bar{f}_2 = \cdots = \frac{1}{\sqrt{7}}(1,-1,2,1)$.

Projicera: $\bar{v}_1 = \bar{v}_{/\!/U} = (\bar{v}\cdot\bar{f}_1)\bar{f}_1 + (\bar{v}\cdot\bar{f}_2)\bar{f}_2 = 2(1,1,-1,2)-(1,-1,2,1) =$

$= \underline{\underline{(1,3,-4,3)}}$.

$\bar{v}_2 = \bar{v}-\bar{v}_1 = \underline{\underline{(-4,2,2,2)}}$.

8) Finn ekvationer för U_2:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & x_1 \\ 1 & 0 & 1 & x_2 \\ 1 & 1 & 3 & x_3 \\ 2 & 0 & 2 & x_4 \end{array}\right) \sim \cdots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & x_2 \\ 0 & 1 & 2 & x_1-x_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_1-x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 2x_2-x_4 \end{array}\right),$$

så $U_1\cap U_2$ är lösningsrummet till systemet

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-x_4=0 \\ x_1 - x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow (x_1,x_2,x_3,x_4)=t(0,1,0,2) \quad (t\in\mathbb{R})$$

<u>Svar</u>: $((0,1,0,2))$.

9) Låt R beteckna den punkt på linjesegmentet mellan P och Q som uppfyller $|\overline{PR}| = l/3$ och $|\overline{QR}| = 2l/3$. Då ligger R på Π. Vidare är $\overline{PQ} = \underline{e}\begin{pmatrix}-3\\-6\\1\end{pmatrix}$ en normalvektor till Π, vars ekvation alltså är $-3x_1-6x_2+x_3=d$, för något $d\in\mathbb{R}$.

$\overline{OR} = \overline{OP} + \frac{1}{3}\overline{PQ} = \underline{e}\begin{pmatrix}0\\0\\10/3\end{pmatrix}$, så $R=(0,0,\frac{10}{3})$.

Då R uppfyller Π:s ekvation, måste $d=\frac{10}{3}$, så ekvationen kan skrivas $-3x_1-6x_2+x_3=\frac{10}{3}$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{9x_1+18x_2-3x_3=-10}}$$