

TATA32-ETE373: Inlämninguppgifter 2024, Del 1

Lämnas in senast 21/10 2024, kl.13.00

Motivera väl alla dina svar

Miniräknare får (ska) användas

Svara med heltal (dvs, t.ex., inte med $\binom{8}{2}$)

Betrakta bokstäverna i ditt förnamn. Om det finns minst fem olika bokstäver tar man dem, annars fyller man på med bokstäver från efternamnet så att det finns minst fem olika bokstäver.

Exempel: Milagros innehåller 8 olika bokstäver och vi tar M, I, L, A, G, R, O och S.

Men för Maria Izquierdo: Maria innehåller 4 olika bokstäver M, A, R, I; så vi fyller med Z

Låt k vara ditt antal bokstäver (i mitt fall $k = 8$)

Betrakta nu din födelsedag $d_1d_2 - m_1m_2 - 20x_1x_2$. Låt $t = r_1 + r_2 + d_1 + d_2 + m_1 + m_2$, där $r_1 = x_1 + 5, r_2 = x_2 + 4$. Obs: Om du är född år $19x_1x_2, r_1 = x_1, r_2 = x_2$

Exempel: Om man är född 1 januari 1999 har parametrar $d_1 = 0, d_2 = 1, m_1 = 0, m_2 = 1, r_1 = 9, r_2 = 9$.

De ekvivalenta begreppen indelningar och ekvivalensrelationer är fundamentala i modellering och beräkningar. Här ska vi härleda ett sätt att beräkna antal indelningar av (dvs antal ekvivalensrelationer på) en mängd med t element i k ekvivalensklasser.

Låt $A = \{1, 2, \dots, t\}$ vara en mängd med kardinalitet t . Låt $B = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ där A_1, A_2, \dots, A_k är namn på ekvivalensklasserna. Vi betraktar en partition som en avbildning!! Fast tvåolika avbildningar kan representera samma partition!!

Fråga 1 Ange antalet avbildningar $f : A = \{1, 2, \dots, t\} \rightarrow B = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$. Motivera svaret.

Fråga 2 Vi delar in avbildningarna $f : A = \{1, 2, \dots, t\} \rightarrow B = \{A_1, \dots, A_k\}$ enligt storleken $j, 1 \leq j \leq k$ på värdemängden av avbildningen: $V(f) = \{b \in B; b = f(x) \text{ för något } x \in A\}$. Nu antalet avbildningar som har exakt j värden betecknas $F(t, j)$, notera att $1 \leq j \leq k$: Vi ska använda Multiplikationsprincipen:

1. Först välj j element i B , de som ingår i $V(f)$: Beräkna antalet sätt $\alpha_{k,j}$ att göra det.
2. Dela in A i j delmängder (varje delmängd innehåller de element i A som avbildas på ett bestämt element A_i i $V(f)$): **Det finns $S(t, j)$ sätt att göra det. Vi letar efter detta antal $S(t, j)$**
3. Motivera varför $F(t, j) = S(t, j)\alpha_{k,j}(j!)$

Fråga 3 Visa att $k^t = \sum_{j=1}^k F(t, j)$ där k^t är antal \dots , Antal vad?

Fråga 4 Vi ska ge en formel för $S(t, k)$: först visa att $F(t, k)$ är antalet surjektiva avbildningar. Använd att vi känner till $F(t, k)$, vi lärde oss att beräkna antal surjektiva avbildningar som en följd av PIE, vi behöver inte visa det igen, för att beräkna $S(t, k)$, dvs antalet partitioner av A i k delmängder.

Fråga 5. Ange 4 exempel på sådana ekvivalensrelationer genom att uttrycka varje ekvivalensrelation som en graf i planet med $t \times t$ punkter.