

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-08-28 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n - 1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Beräkna de obestämda integralerna

$$(a) \int \arctan 2x \, dx \quad (b) \int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} \quad (c) \int \frac{dx}{\cos 3x}.$$

2. Undersök gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} + \sqrt{x})}{3x + \ln x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{-1/x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}.$$

3. Skissa grafen för  $f(x) = x^2 - 20 + 8 \arctan 2x - \frac{13}{4} \ln(1 + 4x^2)$ . Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

4. (a) Definiera vad som menas med att en funktion  $f$  är kontinuerlig i en punkt  $a$ .  
(b) Definiera vad som menas med att en funktion  $f$  är deriverbar i en punkt  $a$ .  
(c) Visa att  $f$  är kontinuerlig i  $a$  om  $f$  är deriverbar i  $a$ .

5. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_0^{\infty} \frac{xe^x}{(e^x + 1)^2} dx$  (eller visa divergens).

6. En rektangel har ett hörn i origo, ett till på  $x$ -axeln och ett till på  $y$ -axeln. Det fjärde hörnet ligger på grafen till  $f(x) = \frac{e^{-x^3+6x^2-9x}}{x}$ ,  $x > 0$ . Vilka värden kan rektangelns area anta?

7. Undersök gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \left( \frac{2x+1}{x} \right)^{\frac{x}{2x+1}} - \sqrt{2} \right)$ .