

Tentamen i Envariabelanalys 1

2019-03-21 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg n räcker $4(n - 1)$ poäng och n godkända uppgifter ($n = 3, 4, 5$). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida, där även tid för tentamensvisning meddelas när resultaten är klara.

1. Skissa grafen för $f(x) = \ln|2x + 1| + \frac{2}{x + 1}$. Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Beräkna

$$(a) \int \frac{x \, dx}{x^2 - 5x + 6} \quad (b) \int \cos x \sin x e^{\cos x} \, dx \quad (c) \int \ln(1 + 2x^2) \, dx.$$

3. (a) Definiera vad som menas med att funktionen f är strängt växande på \mathbf{R} .
(b) Ange en funktion som är strängt växande på \mathbf{R} men inte deriverbar överallt.
(c) Ange en funktion som är deriverbar och strängt växande på \mathbf{R} , med en derivata som inte är positiv överallt.

4. Hur många reella lösningar har ekvationen $(x - 1)e^{x-x^2} = k$ för olika värden på konstanten $k \in \mathbf{R}$?

5. Beräkna den generaliserade integralen $\int_0^\infty \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 2e^x + 2} \, dx$ (eller visa divergens).

6. (a) Definiera vad som menas med att funktionen f är deriverbar i punkten a .
(b) Härled derivatan av $f(x) = \sin x$ utifrån definitionen och kända standardgränsvärden.

7. Beräkna $\int \ln x \arcsin x \, dx$.