

Hemtentamen i Envariabelanalys 1

2020-06-08 kl. 14.00–19.00

Observera att andra regler än normalt gäller. Följ instruktionerna noggrant.

- Hjälpmedel är tillåtna (böcker, miniräknare, dator, osv.). Men det är naturligtvis **inte** tillåtet att på något sätt samarbeta med eller ta hjälp av annan person.
- Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt **handskrivna** – om inte särskilda skäl såsom funktionshinder föreligger – och avslutade med ett svar. (Det är också tillåtet att skriva för hand med ritpenna på ritplatta eller surfplatta, men endast handskriven text.) **Även om räknehjälpmedel är tillåtna ska uträkningar redovisas lika noga som vanligt, dvs. som om man inte hade några hjälpmedel.**
- Använd inte rödpenna. Lös högst en uppgift per sida. Numrera sidorna (sorterade i uppgiftsordning).

Jourhavande lärare: Se kurshemsidan <https://courses.mai.liu.se/GU/TATA41/>

När du är **klar med tentan**, följ instruktionerna som du fick via mejl när anmälan var stängd. Dessa instruktioner finns även här: <https://old.liu.se/mai/und>. Glöm inte att lösningarna ska lämnas in som **ENDAST EN** pdf-fil.

Var god vänd!

Tentamen innehåller denna gång bara 6 uppgifter, och inga överbetyg delas ut.

Godkänd uppgift ger 3 eller 2 poäng. Underkänd uppgift ger 1 eller 0 poäng. För betyg 3 på TATA41 resp. betyg G på 91MA14/92MA14/9GMA02 krävs minst 3 godkända uppgifter och minst 8 poäng.

Svar kommer att publiceras på kurshemsidan. Det blir ingen tentavisning, men skrivningarna kommer att vara tillgängliga via MAI:s studerandeexpedition.

1. Låt $f(x) = 2 \arctan 2x + \frac{x+1}{2x}$. Skissa grafen för f och ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Undersök gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(x^2 + x^4)}{\ln(x^5 + x^6)} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^{\sin 3x} - 1)}{(\ln(1 + 2x))^2} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin \sqrt{x}) \ln x.$$

3. (a) Beräkna $\int \cos^4 3x \, dx$.

(b) Beräkna $\int \frac{dx}{(x-3)(a-x)}$ för alla $a \in \mathbf{R}$.

4. Finn det minsta $a \in \mathbf{R}$ som uppfyller $a + \ln(1 + 3x) \geq 9 \arctan \frac{x}{3}$ för alla $x \geq 0$.

5. En rektangel har ett hörn i origo, ett (till) hörn på x -axeln, ett (till) hörn på y -axeln och det fjärde hörnet på grafen till $f(x) = \frac{4-x}{x^2+9}$, $x > 0$, $x \neq 4$. Vilka värden kan rektangelns area anta?

6. Man kan visa att de båda generaliserade integralerna $\int_0^\infty \sin(x^2) \, dx$ och $\int_0^\infty \cos(x^2) \, dx$ är konvergenta; kalla deras värden α respektive β .

(a) Beräkna $\int_2^\infty x \sin(3(x^2 - 4)^2) \, dx$ uttryckt i α och/eller β .

(b) Visa att $\int_0^\infty x^2 \sin(x^2) \, dx$ är divergent.