Exempel 1

Visa att $\frac{1}{2} \leq \int_0^\infty \frac{1+x^2}{1+x^7} dx \leq 3.$

Lösning: Integranden är positiv och integralen är generaliserad i oändligheten. För att hitta en begränsning uppåt och samtidigt visa att integralen är konvergent, delar vi upp i två delar.

Eftersom

$$\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^7}\, dx \leq \int_0^1 \frac{1+1}{1+0}\, dx = 2$$

och

$$\int_1^\infty \frac{1+x^2}{1+x^7}\, dx \leq \int_1^\infty \frac{2x^2}{x^7}\, dx = 2\int_1^\infty \frac{dx}{x^5} = \lim_{R\to\infty} \left[-\frac{1}{2x^4} \right]_1^R = \frac{1}{2}$$

så är

$$\int_0^\infty \frac{1+x^2}{1+x^7}\, dx \leq 2 + \frac{1}{2} \leq 3.$$

Exempel 1

Då vi nu vet att integralen är konvergent är det meningsfullt att söka en undre gräns. Vi ser direkt att

$$\int_0^\infty \frac{1+x^2}{1+x^7}\, dx \geq \int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^7}\, dx \geq \int_0^1 \frac{1+0}{1+1}\, dx = \frac{1}{2},$$

vilket visar den första olikheten.