Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas ***eller*** konstruera en funktion med ovanstående egenskaper.

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas ***eller*** konstruera en funktion med ovanstående egenskaper.

Lösning: Det finns en funktion som har de efterfrågade egenskaperna!

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas ***eller*** konstruera en funktion med ovanstående egenskaper.

Lösning: Det finns en funktion som har de efterfrågade egenskaperna! Observera att detta är en avgörande skillnad mellan serier

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas ***eller*** konstruera en funktion med ovanstående egenskaper.

Lösning: Det finns en funktion som har de efterfrågade egenskaperna! Observera att detta är en avgörande skillnad mellan serier (vars termer går mot noll om serien är konvergent)

Exempel 5

Finns det en funktion f med följande egenskaper:

- f är kontinuerlig på $[0, \infty[$ och $f(x) \geq 0$,
- för varje heltal $n \geq 0$ är $f(x)$ obegränsad på $[n, \infty[$,
- $\displaystyle\int_0^\infty f(x)dx$ är konvergent.

Motivera att en sådan funktion inte kan finnas ***eller*** konstruera en funktion med ovanstående egenskaper.

Lösning: Det finns en funktion som har de efterfrågade egenskaperna! Observera att detta är en avgörande skillnad mellan serier (vars termer går mot noll om serien är konvergent) och generaliserade integraler.

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion.

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k}

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

arean av T_k

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot \left(2^2\right)^{-k}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot \left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot \left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k = \\ = 2^{-1}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot\left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k = $$
$$= 2^{-1}\cdot 2^{-2k}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot\left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k = \\ = 2^{-1}\cdot 2^{-2k}\cdot 2^k$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot\left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k = \\ = 2^{-1}\cdot 2^{-2k}\cdot 2^k = 2^{-k-1}$$

Exempel 5

Det finns många sätt att konstruera en sån här funktion. Ett sätt är följande:
Låt T_k vara en triangel med bas 4^{-k} och höjd 2^k, d v s basen minskar mot 0 och höjden ökar mot ∞ då $k \to \infty$ och

$$\begin{aligned} \text{arean av } T_k = A_k = \frac{1}{2}\text{bas}\cdot\text{höjd} = \frac{1}{2}\cdot 4^{-k}\cdot 2^k = \frac{1}{2}\cdot\left(2^2\right)^{-k}\cdot 2^k = \\ = 2^{-1}\cdot 2^{-2k}\cdot 2^k = 2^{-k-1} \to 0 \end{aligned}$$

då $k \to \infty$.

Exempel 5

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4}$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf}$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 \qquad \text{graf } f = 0$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 \qquad \text{graf } f = 0,$$

$$2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2}$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 \qquad \text{graf } f = 0,$$

$$2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} \qquad \text{graf } T_2$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 \qquad \text{graf } f = 0,$$
$$2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} \qquad \text{graf } T_2, \quad 2 + \frac{1}{4^2} \leq x < 3$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} \qquad \text{graf } T_1, \quad 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 \qquad \text{graf } f = 0,$$
$$2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} \qquad \text{graf } T_2, \quad 2 + \frac{1}{4^2} \leq x < 3 \qquad \text{graf } f = 0,$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \le x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \le x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \le x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \le x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \le x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3 & &
\end{array}
$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \le x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \le x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \le x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \le x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \le x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \le x < 4 & \text{graf } f = 0,
\end{array}
$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \frac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \frac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \frac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \frac{1}{4^4} & \text{graf } T_4 & &
\end{array}
$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \dfrac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \dfrac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0
\end{array}
$$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \dfrac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \dfrac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0
\end{array}
$$

och så vidare.

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$\begin{array}{llll} 1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\ 2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \frac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\ 3 \leq x < 3 + \frac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \frac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\ 4 \leq x < 4 + \frac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \frac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0 \end{array}$$

och så vidare.

Grafen till f består alltså av x-axeln för det mesta

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \dfrac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \dfrac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0
\end{array}
$$

och så vidare.

Grafen till f består alltså av x-axeln för det mesta, d v s $f = 0$

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \frac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \frac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \frac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \frac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \frac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \frac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \frac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \frac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0
\end{array}
$$

och så vidare.

Grafen till f består alltså av x-axeln för det mesta, d v s $f = 0$, men till höger om $x = k$ ligger triangeln T_k

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$\begin{array}{llll} 1 \leq x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\ 2 \leq x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\ 3 \leq x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\ 4 \leq x < 4 + \dfrac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \dfrac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0 \end{array}$$

och så vidare.

Grafen till f består alltså av x-axeln för det mesta, d v s $f = 0$, men till höger om $x = k$ ligger triangeln T_k som blir högre och smalare ju större k blir.

Exempel 5

Vi avstår från att ge en formel för hur den sökta funktionen skall se ut, utan nöjer oss med att beskriva dess graf.

$$
\begin{array}{llll}
1 \leq x < 1 + \dfrac{1}{4} & \text{graf } T_1, & 1 + \dfrac{1}{4} \leq x < 2 & \text{graf } f = 0, \\
2 \leq x < 2 + \dfrac{1}{4^2} & \text{graf } T_2, & 2 + \dfrac{1}{4^2} \leq x < 3 & \text{graf } f = 0, \\
3 \leq x < 3 + \dfrac{1}{4^3} & \text{graf } T_3, & 3 + \dfrac{1}{4^3} \leq x < 4 & \text{graf } f = 0, \\
4 \leq x < 4 + \dfrac{1}{4^4} & \text{graf } T_4, & 4 + \dfrac{1}{4^4} \leq x < 5 & \text{graf } f = 0
\end{array}
$$

och så vidare.
Grafen till f består alltså av x-axeln för det mesta, d v s $f = 0$, men till höger om $x = k$ ligger triangeln T_k som blir högre och smalare ju större k blir. Följaktligen uppfyller f de två första kraven i uppgiften.

Exempel 5

Exempel 5

Återstår att beräkna integralen.

Exempel 5

Återstår att beräkna integralen. Då värdet av denna är den samlade arean under grafen

Exempel 5

Återstår att beräkna integralen. Då värdet av denna är den samlade arean under grafen följer det att

$$\int_1^\infty f(x)dx = \sum_{k=1}^\infty (\text{arean av } T_k) = \sum_{k=1}^\infty 2^{-k-1} = \frac{2^{-2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

då summan är en konvergent geometrisk serie

Exempel 5

Återstår att beräkna integralen. Då värdet av denna är den samlade arean under grafen följer det att

$$\int_1^\infty f(x)dx = \sum_{k=1}^{\infty} (\text{arean av } T_k) = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k-1} = \frac{2^{-2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

då summan är en konvergent geometrisk serie med första term $= 2^{-2}$

Exempel 5

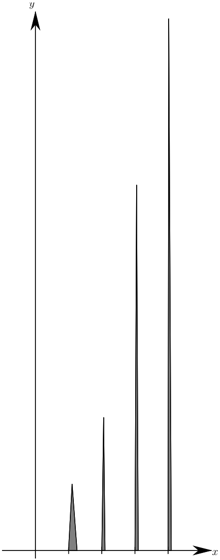
Återstår att beräkna integralen. Då värdet av denna är den samlade arean under grafen följer det att

$$\int_1^\infty f(x)dx = \sum_{k=1}^{\infty} (\text{arean av } T_k) = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k-1} = \frac{2^{-2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

då summan är en konvergent geometrisk serie med första term $= 2^{-2}$ och kvot $= \dfrac{1}{2}$.

Exempel 5

Exempel 5



Exempel 5