Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

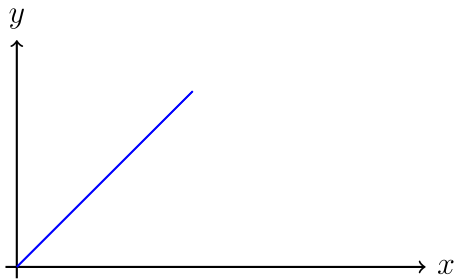
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$

Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



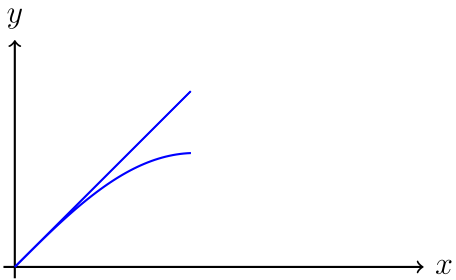
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



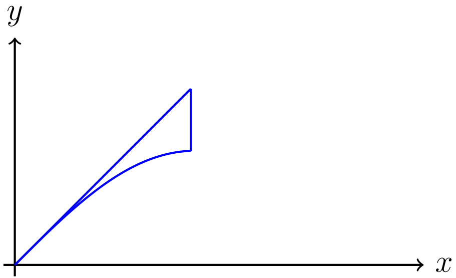
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



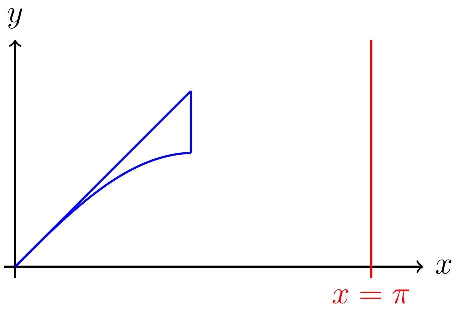
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



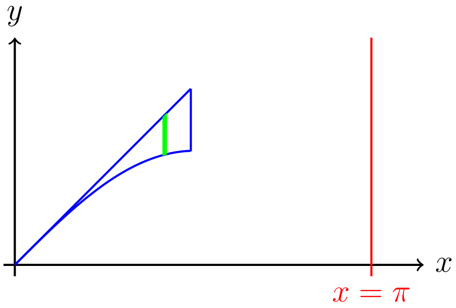
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



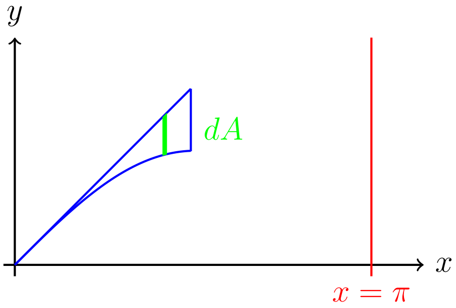
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



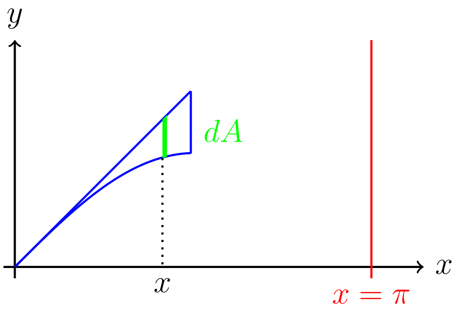
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



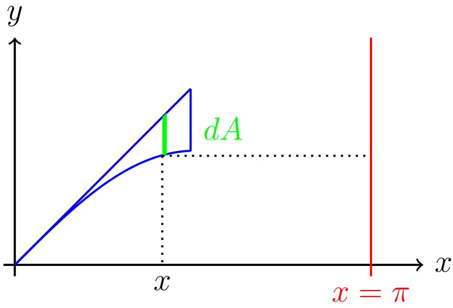
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$

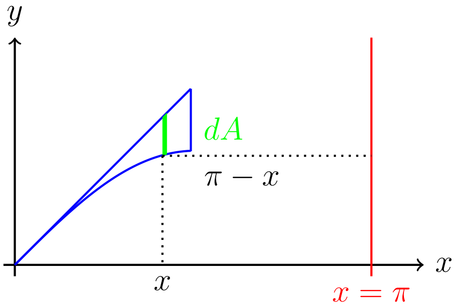


Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$

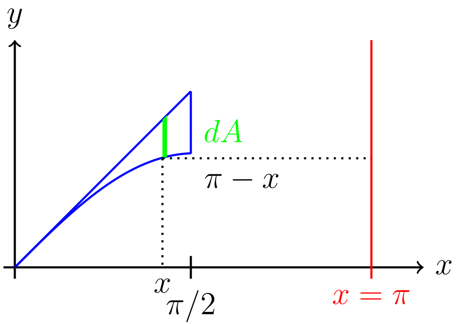


Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$

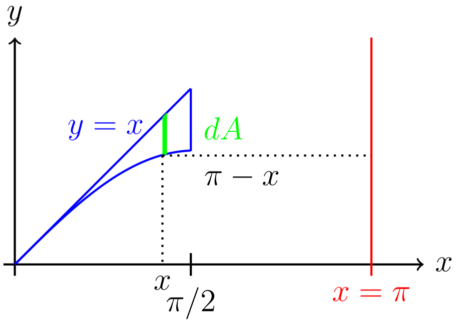


Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$

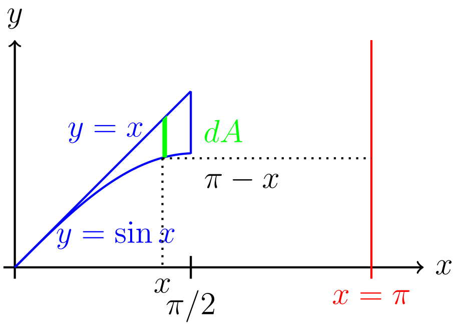


Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.
Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



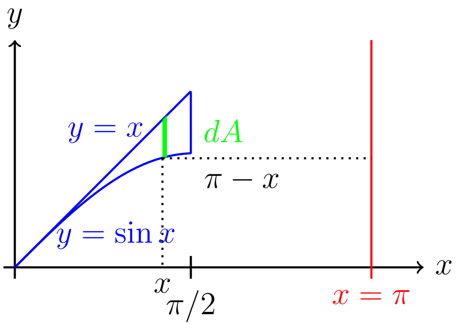
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \le y \le x, \quad 0 \le x \le \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, d v s $dV = 2\pi\, l\, dA$



Exempel 3

Avståndet l

Exemple 3

Avståndet l = avståndet från dA

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln= $\pi - x$,

Exempel 3

Avståndet $l =$ avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre$-$undre)dx

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA = (\text{övre}-\text{undre})dx = (x - \sin x)dx$.

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln= $\pi - x$,
dA = (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

V

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx =$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$, $dA = (\text{övre}-\text{undre})dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA = (\text{övre}-\text{undre})dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
dA = (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x) \right. \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$=\pi - x$, $dA =$ (övre$-$undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right. \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
dA = (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right. \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$, $dA = (\text{övre}-\text{undre})dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} \right.\right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
dA = (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi \right.\right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA =$ (övre$-$undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[\sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) =$$

Exemple 3

Avståndet $l =$ avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA = ($övre$-$undre$)dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[\sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi \right.$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$, $dA =$ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \Big[\sin x \Big]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) =$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA = $ (övre$-$undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \Big[\sin x \Big]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) =$$

$$= \pi(\pi^3$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
dA = (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \Big[(\pi - x)\cos x \Big]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \Big[\sin x \Big]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) =$$

$$= \pi(\pi^3 - 12\pi + 12)$$

Exempel 3

Avståndet l = avståndet från dA till rotationsaxeln$= \pi - x$,
$dA = $ (övre−undre)$dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

$$= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) =$$

$$= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[\sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) =$$

$$= \frac{\pi(\pi^3 - 12\pi + 12)}{6}.$$