

Exempel 4

Exempel 4

Lös integralekvationen

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.
Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt =$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi)$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right)$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right) = y''(x) + y(x)$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right) = y''(x) + y(x) = D(x^3)$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right) = y''(x) + y(x) = D(x^3) = 3x^2$$

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right) = y''(x) + y(x) = D(x^3) = 3x^2$$

vilket är en andra ordningens ordinär differentialekvation

Exempel 4

Lös integralekvationen

$$y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt = x^3, \quad y(0) = 0.$$

Lösning: Vi börjar med att observera att integralen är 0 för $x = \pi$ oavsett vilken (integrerbar) funktion vi har som $y(t)$.

Insättning av $x = \pi$ i ekvationen ger därför

$$y'(\pi) + \int_{\pi}^{\pi} y(t) dt = y'(\pi) = \pi^3.$$

Då derivatan av integralen är integranden (Analysens huvudsats) ger derivering av ekvationen

$$D \left(y'(x) + \int_{\pi}^x y(t) dt \right) = y''(x) + y(x) = D(x^3) = 3x^2$$

vilket är en andra ordningens ordinär differentialekvation med konstanta koefficienter.

Exempel 4

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften)}$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n)$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

och vi har $3x^2$ i högerledet ansätter vi

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

och vi har $3x^2$ i högerledet ansätter vi

$$y_p = ax^2 + bx + c$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

och vi har $3x^2$ i högerledet ansätter vi

$$y_p = ax^2 + bx + c \implies y'_p = 2ax + b$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

och vi har $3x^2$ i högerledet ansätter vi

$$y_p = ax^2 + bx + c \implies y'_p = 2ax + b \implies y'' = 2a.$$

Exempel 4

Vi söker den lösning till ekvationen för vilken

$$y(0) = 0 \text{ (givet i uppgiften) och } y'(\pi) = \pi^3 \text{ (enligt ovan).}$$

Lösning av den karakteristiska ekvaionen ger

$$P(r) = r^2 + 1 = 0 \iff r = \pm i \iff y_h = A \cos x + B \sin x.$$

Eftersom

$$P(D)(\text{polynom av grad } n) = \text{polynom av grad } n$$

och vi har $3x^2$ i högerledet ansätter vi

$$y_p = ax^2 + bx + c \implies y'_p = 2ax + b \implies y'' = 2a.$$

Exempel 4

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p =$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c)$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c)$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \left\{ \begin{array}{l} a = 3 \end{array} \right.$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases}$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \end{cases}$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases}$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x)$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger
insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi)$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi) = -6 \sin \pi + B \cos \pi + 6\pi$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi) = -6 \sin \pi + B \cos \pi + 6\pi = 6\pi - B$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi) = -6 \sin \pi + B \cos \pi + 6\pi = 6\pi - B = \pi^3$$

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi) = -6 \sin \pi + B \cos \pi + 6\pi = 6\pi - B = \pi^3 \iff B = 6\pi - \pi^3$$

så att

Exempel 4

Insättning i ekvationen ger

$$P(D)y_p = y_p'' + y_p = 2a + (ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + (2a + c) = 3x^2 \iff$$

$$\iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -6 \end{cases} \iff y_p = 3x^2 - 6 \implies$$

$$\implies y = y_h + y_p = A \cos x + B \sin x + 3x^2 - 6.$$

$$y(0) = 0 \implies A \cos 0 + B \sin 0 + 3 \cdot 0^2 - 6 = A - 6 = 0 \iff A = 6.$$

Då derivatan av $y(x)$ är $y'(x) = -6 \sin x + B \cos x + 6x$ ger insättning av $x = \pi$

$$y'(\pi) = -6 \sin \pi + B \cos \pi + 6\pi = 6\pi - B = \pi^3 \iff B = 6\pi - \pi^3$$

så att

$$y = 6 \cos x - \pi(\pi^2 - 6) \sin x + 3x^2 - 6.$$