Exempel 6

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0)$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0)$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.

Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h =$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1)$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.

Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1}

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1}$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D) y_{p_1} = x \quad \text{och}$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1}$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Då ekvationen är linjär

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.

Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Då ekvationen är linjär följer via superposition

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Då ekvationen är linjär följer via superposition att

$$y_p$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Då ekvationen är linjär följer via superposition att

$$y_p = y_{p_1}$$

Exempel 6

Bestäm den lösning till ekvationen

$$y'' - y = x(e^x + 1)$$

för vilken gäller att $y(0) = y'(0) = 0$.
Lösning: Vi börjar som alltid med att lösa den karakteristiska ekvationen för att bestämma y_h.

$$P(r) = r^2 - 1 = 0 \iff r = \pm 1 \iff y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x}.$$

För att bestämma y_p skriver vi $x(e^x + 1) = x + xe^x$ och bestämmer partikulärlösningar y_{p_1} och y_{p_2} sådana att

$$P(D)y_{p_1} = x \quad \text{och} \quad P(D)y_{p_1} = xe^x.$$

Då ekvationen är linjär följer via superposition att

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2}.$$

Exemple 6

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1}$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1}$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1}$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$

$$y'' - y$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$

$$y'' - y = 0$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y_{p_1}' = A \Longrightarrow y_{p_1}'' = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1, \; B = 0,$$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s y_{p_1}

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$.

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2}

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\; B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen.

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen. Här måste man göra ansatsen

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen. Här måste man göra ansatsen $y_{p_2} = (Ax^2 + Bx)e^x$.

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen. Här måste man göra ansatsen $y_{p_2} = (Ax^2 + Bx)e^x$. För att slippa tänka på sådant ansätter vi istället y_{p_2}

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen. Här måste man göra ansatsen $y_{p_2} = (Ax^2 + Bx)e^x$. För att slippa tänka på sådant ansätter vi istället $y_{p_2} = e^x z(x)$

Exempel 6

För att lösa $P(D)y_{p_1} = x$ ansätter vi

$$y_{p_1} = Ax + B \Longrightarrow y'_{p_1} = A \Longrightarrow y''_{p_1} = 0 \Longrightarrow$$
$$y'' - y = 0 - Ax - B = -Ax - B = x \iff A = -1,\ B = 0,$$

d v s $y_{p_1} = -x$. För att bestämma y_{p_2} observerar vi att e^x förekommer i *både* högerled och y_h, vilket föranleder en annan ansats än standardansatsen. Här måste man göra ansatsen $y_{p_2} = (Ax^2 + Bx)e^x$. För att slippa tänka på sådant ansätter vi istället $y_{p_2} = e^x z(x)$ och använder förskjutningsregeln.

Exemple 6

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1)$

Exemple 6

Då $P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1)$ fås

$$P(D)y_{p_2} =$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z)$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z =$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z =$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$

$$= (D+2)Dz$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$

$$= (D+2)Dz = z'' + 2z'$$

Exempel 6

Då $P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1)$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$

$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Exemple 6

Då $P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1)$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$

$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B)$$

Exempel 6

Då $P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1)$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} &= P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z &= ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ &= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A \qquad\qquad = 1 \\ \end{cases}$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff
$$

$$
\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases}
$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} &= P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z &= ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ &= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 4A \phantom{{}+2B} = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ \end{cases}$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} &= P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z &= ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ &= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$

$$\implies z =$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
& P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff \ & P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
& = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
\begin{aligned}
& 2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff \\
& \iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies \\
& \implies z = \frac{1}{4}\left(x^2\right.
\end{aligned}
$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A \phantom{{}+2B} = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$
$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$

$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$

$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$

$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} =$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
& P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff\ & P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
& = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff
$$

$$
\iff \begin{cases} 4A \phantom{{}+2B} = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies
$$

$$
\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)
$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$\begin{aligned} P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\ \iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\ = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x. \end{aligned}$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 4A \qquad\quad = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$

$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x$$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1\cdot x + 0 \iff
$$

$$
\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies
$$

$$
\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x
$$

så att

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A \qquad\quad = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$
$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x$$

så att $\quad y = y_h$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$
$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x$$

så att $\quad y = y_h + y_{p_1}$

Exempel 6

Då $\quad P(r)=r^2-1=(r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2}=P(D)(e^x z)=e^x P(D+1)z=xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z=((D+1)+1)((D+1)-1)z=$$
$$=(D+2)Dz=z''+2z'=x.$$

Med $z=Ax^2+Bx$ fås $z'=2Ax+B$ och $z''=2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A+2(2Ax+B)=4Ax+2A+2B=x=1\cdot x+0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A & =1 \\ 2A+2B & =0 \end{cases} \iff \begin{cases} A=\frac{1}{4} \\ B=-A=-\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$
$$\implies z=\frac{1}{4}\left(x^2-x\right) \implies y_{p_2}=\frac{1}{4}\left(x^2-x\right)e^x$$

så att $\quad y=y_h+y_{p_1}+y_{p_2}$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
&P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff\ &P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
&= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1 \cdot x + 0 \iff
$$

$$
\iff \begin{cases} 4A & = 1 \\ 2A + 2B & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies
$$

$$
\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x
$$

så att $\quad y = y_h + y_{p_1} + y_{p_2} = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$
\begin{aligned}
& P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff \\
\iff\ & P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z = \\
& = (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.
\end{aligned}
$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$
2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1\cdot x + 0 \iff
$$

$$
\iff \begin{cases} 4A \phantom{{}+2B} = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies
$$

$$
\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x
$$

så att $\quad y = y_h + y_{p_1} + y_{p_2} = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x$

Exempel 6

Då $\quad P(r) = r^2 - 1 = (r+1)(r-1) \quad$ fås

$$P(D)y_{p_2} = P(D)(e^x z) = e^x P(D+1)z = xe^x \iff$$
$$\iff P(D+1)z = ((D+1)+1)((D+1)-1)z =$$
$$= (D+2)Dz = z'' + 2z' = x.$$

Med $z = Ax^2 + Bx$ fås $z' = 2Ax + B$ och $z'' = 2A$ som insatt i ekvationen ger

$$2A + 2(2Ax + B) = 4Ax + 2A + 2B = x = 1{\cdot}x + 0 \iff$$
$$\iff \begin{cases} 4A = 1 \\ 2A + 2B = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = -A = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies$$
$$\implies z = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right) \implies y_{p_2} = \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x$$

så att $\quad y = y_h + y_{p_1} + y_{p_2} = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x + \frac{1}{4}\left(x^2 - x\right)e^x.$