Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$
Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$
Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln \frac{1}{x^2}$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)}$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right)$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x} y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln (1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left(y' - \frac{2}{x} y \right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^2} y \right)}}$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$
Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}}$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y =$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx =$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$
Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x \, dx = \sin x + C \iff$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x \, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$y(\pi)$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$
Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin\pi + C)$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$$y(\pi) = \pi^2(\sin\pi + C) = \pi^2 C =$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C = \pi^3$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x} y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x} y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2} y\right)}} = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2} y = \int \cos x \, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C = \pi^3 \iff C = \pi$$

Exempel 1

Lös $xy' - 2y = x^3 \cos x, \quad y(\pi) = \pi^3, \quad x > 0.$

Lösning: Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

$$\int -\frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2}\left(y' - \frac{2}{x}y\right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)}} = \frac{1}{x^2}\cdot x^2\cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$

$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x\, dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$$y(\pi) = \pi^2(\sin\pi + C) = \pi^2 C = \pi^3 \iff C = \pi \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y = x^2(\pi + \sin x)$$