Exempel 5

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.
Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$y' = 1 + \tan^2 x$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$y' = 1 + \tan^2 x \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y'' =$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.
Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$y' = 1 + \tan^2 x \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y'' = 2\tan x$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.
Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} & y' = 1 + \tan^2 x \implies \\ \implies & y'' = 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \implies \\ \implies & y''' \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$
\begin{aligned}
& y' = 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\
& \Longrightarrow y'' = 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\
& \Longrightarrow y''' = 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x
\end{aligned}
$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$
\begin{aligned}
&y' = 1 + \tan^2 x \implies \\
&\implies y'' = 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \implies \\
&\implies y''' = 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2\cdot 3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right)
\end{aligned}
$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= \left(1 + \tan^2 x\right) \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \implies \\ \implies y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \implies \\ \implies y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.
Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned}
y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\
&= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x
\end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned}
y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\
&= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x
\end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned}
y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\
&= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x
\end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$y''' + 3y'$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x \end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$y''' + 3y' =$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned}
y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\
\Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2 \cdot 3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\
&= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x
\end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$y''' + 3y' = \left(2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x\right)$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \implies \\ \implies y'' &= 2\tan x(1+\tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \implies \\ \implies y''' &= 2\left(1+\tan^2 x\right) + 2\cdot 3\tan^2 x\left(1+\tan^2 x\right) = \\ &= \left(1+\tan^2 x\right)\left(2+6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x \end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$y''' + 3y' = \left(2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x\right) + 3\left(1+\tan^2 x\right)$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x \end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$\begin{aligned} y''' + 3y' = &\left(2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x\right) + 3\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x, \end{aligned}$$

Exempel 5

Visa att $y = \tan x$ är *en* lösning till

$$y''' + 3y' = 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x,$$

och bestäm sedan *alla* lösningar till denna differentialekvation.

Lösning: Om $y = \tan x$ blir

$$\begin{aligned} y' &= 1 + \tan^2 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y'' &= 2\tan x(1 + \tan^2 x) = 2\tan x + 2\tan^3 x \Longrightarrow \\ \Longrightarrow y''' &= 2\left(1 + \tan^2 x\right) + 2{\cdot}3\tan^2 x\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= \left(1 + \tan^2 x\right)\left(2 + 6\tan^2 x\right) = 2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x \end{aligned}$$

vilket insatt i ekvationen ger

$$\begin{aligned} y''' + 3y' = &\left(2 + 8\tan^2 x + 6\tan^4 x\right) + 3\left(1 + \tan^2 x\right) = \\ &= 5 + 11\tan^2 x + 6\tan^4 x, \end{aligned}$$

vilket skulle bevisas.

Exempel 5

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning*

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen.

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p\left(r\right) = r^3 + 3r$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right)$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3}$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p\left(r\right) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$

$$\iff y_h =$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

så enligt Sats 9.1, sid 395 är

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

så enligt Sats 9.1, sid 395 är

$$y = y_h + y_p$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

så enligt Sats 9.1, sid 395 är

$$y = y_h + y_p = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right)$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

så enligt Sats 9.1, sid 395 är

$$y = y_h + y_p = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right) + \tan x$$

Exempel 5

Enligt föregående är alltså $y_p = \tan x$ en *partikulärlösning* till den givna differentialekvationen. Homogenlösningarna bestäms av nollställena till det karakteristiska polynomet

$$p(r) = r^3 + 3r = r\left(r^2 + 3\right) = 0 \iff r = 0, \pm i\sqrt{3} \iff$$
$$\iff y_h = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right),$$

så enligt Sats 9.1, sid 395 är

$$y = y_h + y_p = A + B\cos\left(x\sqrt{3}\right) + C\sin\left(x\sqrt{3}\right) + \tan x$$

samtliga lösningar till differentialekvationen.