

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \end{cases}$$

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases}$$

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

$$\text{Är } \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$$

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$ , MEN

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$ , MEN  $a_k$  avtar INTE mot 0



# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$ , MEN  $a_k$  avtar INTE mot 0 så Leibniz kriterium

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$ , MEN  $a_k$  avtar INTE mot 0 så Leibniz kriterium kan INTE användas.

# Exempel 4

För  $k \geq 1$  definiera

$$a_k = \begin{cases} \sin \frac{1}{k} & \text{om } k \text{ är udda} \\ \sin \frac{1}{k^2} & \text{om } k \text{ är jämnt} \end{cases} .$$

Är  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  konvergent eller divergent?

**Lösning:** Vi börjar med att observera att  $a_k > 0$  för alla  $k$  och att  $a_k \rightarrow 0$  då  $k \rightarrow \infty$ , MEN  $a_k$  avtar INTE mot 0 så Leibniz kriterium kan INTE användas.

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$S_{2N} =$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$S_{2N} = \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$S_{2N} = \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \text{dela upp,} \right.$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$S_{2N} = \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig,} \end{array} \right.$$



# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$S_{2N} = \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right]$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig.

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$a_{2k-1}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$a_{2k-1} = \sin \frac{1}{2k-1}$$



# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$a_{2k-1} = \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right)$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$\begin{aligned} a_{2k-1} &= \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right) = \\ &= \frac{1}{k} \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$\begin{aligned} a_{2k-1} &= \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right) = \\ &= \frac{1}{k} \left( \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \right), \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$\begin{aligned} a_{2k-1} &= \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right) = \\ &= \frac{1}{k} \left( \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \right), \end{aligned}$$

$a_{2k}$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$\begin{aligned} a_{2k-1} &= \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right) = \\ &= \frac{1}{k} \left( \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \right), \\ a_{2k} &= \sin \frac{1}{(2k)^2} \end{aligned}$$

# Exempel 4

Studera istället delsummorna

$$\begin{aligned} S_{2N} &= \sum_{k=1}^{2N} (-1)^k a_k = \left[ \begin{array}{l} \text{dela upp, udda } k \text{ för} \\ \text{sig, jämna för sig} \end{array} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^N a_{2k} - \sum_{k=1}^N a_{2k-1} = J_N - U_N \end{aligned}$$

och studera  $J_N$  och  $U_N$  var för sig. Notera att

$$\begin{aligned} a_{2k-1} &= \sin \frac{1}{2k-1} = \frac{1}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(2k-1)^3}\right) = \\ &= \frac{1}{k} \left( \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \right), \\ a_{2k} &= \sin \frac{1}{(2k)^2} = \frac{1}{4k^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^6}\right) \end{aligned}$$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ .

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger



# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} =$$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right)$$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ .

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ),

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ), följer det att även  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{(2k)^2}$

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ), följer det att även  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{(2k)^2}$  är konvergent



# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ), följer det att även  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{(2k)^2}$  är konvergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446).

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ), följer det att även  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{(2k)^2}$  är konvergent

enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446).

Då  $J_N$  är en delsumma till ovanstående serie

# Exempel 4

Vi börjar med  $J_N = \sum_{k=1}^N a_{2k}$ . Jämförelse på kvotform med  $1/k^2$  ger

$$\frac{a_{2k}}{1/k^2} = \frac{1}{4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^4}\right) \rightarrow \frac{1}{4}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Då  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  är konvergent enligt Sats 10.5, sid 442 i

boken ( $\alpha = 2 > 1$ ), följer det att även  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{(2k)^2}$  är konvergent

enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446).

Då  $J_N$  är en delsumma till ovanstående serie följer det att  $J_N$  har ett ändligt gränsvärde då  $N \rightarrow \infty$ .

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k}$$

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right)$$

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ .

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent



# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

är divergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446).

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

är divergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446). Då  $U_N$  är en delsumma till ovanstående serie

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

är divergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446). Då  $U_N$  är en delsumma till ovanstående serie följer det

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

är divergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446). Då  $U_N$  är en delsumma till ovanstående serie följer det, eftersom termerna i  $U_N$  är positiva

# Exempel 4

På samma sätt ser vi att  $U_N$  är jämförbar med  $1/k$ , ty

$$\frac{a_{2k-1}}{1/k} = \frac{k}{2k-1} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

då  $k \rightarrow \infty$ . Eftersom  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  är divergent enligt Sats 10.5, sid 442 i boken följer det att även

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2k-1}$$

är divergent enligt Sats 10.7 (Jämförelsesats II för positiva serier, sid 446). Då  $U_N$  är en delsumma till ovanstående serie följer det, eftersom termerna i  $U_N$  är positiva, att  $U_N \rightarrow \infty$  då  $N \rightarrow \infty$ .

# Exempel 4

Följaktligen gäller



# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N}$$

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N$$

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty,$$

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

och därmed är serien divergent.

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

och därmed är serien divergent.

**Anmärkning:** Observera att serien uppfyller två av tre krav i Leibniz kriterium

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

och därmed är serien divergent.

**Anmärkning:** Observera att serien uppfyller två av tre krav i Leibniz kriterium, den är alternerande

# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

och därmed är serien divergent.

**Anmärkning:** Observera att serien uppfyller två av tre krav i Leibniz kriterium, den är alternerande och termerna går mot noll.



# Exempel 4

Följaktligen gäller

$$S_{2N} = J_N - U_N \rightarrow -\infty, \quad \text{då } N \rightarrow \infty$$

och därmed är serien divergent.

**Anmärkning:** Observera att serien uppfyller två av tre krav i Leibniz kriterium, den är alternerande och termerna går mot noll. Leibniz kriterium är dock inte tillämpligt eftersom termernas belopp inte avtar!