Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Exempel 8

Beräkna $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar.

Exempel 8

Beräkna $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta

Exempel 8

Beräkna $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet.

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}$.

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}$$

Exempel 8

Beräkna $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k}$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k}$.

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} =$$

Exempel 8

Beräkna $$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} +$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} +$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} +$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots$$

Exempel 8

Beräkna $\quad \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} &= \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^3 + \dots\end{aligned}$$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} &= \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{3} + \dots\end{aligned}$$

och vi ser att $\sin(k\pi/2) = 0$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}$.

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} &= \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^3 + \dots\end{aligned}$$

och vi ser att $\sin(k\pi/2) = 0$ om k är jämnt

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} &= \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{3} + \dots\end{aligned}$$

och vi ser att $\sin(k\pi/2) = 0$ om k är jämnt och
$\sin((2l+1)\pi/2) = (-1)^l$

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{3} + \dots$$

och vi ser att $\sin(k\pi/2) = 0$ om k är jämnt och $\sin((2l+1)\pi/2) = (-1)^l$ för heltal $l \geq 1$.

Exempel 8

Beräkna $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}.$

Lösning: Vi delar upp serien i två delar. Under förutsättningen att vi visar att dessa är konvergenta så är det tillåtet. Alltså,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k}.$$

Vi börjar med den andra serien och skriver ut några termer.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{\sin(\pi/2)}{3} + \frac{\sin(\pi)}{3^2} + \frac{\sin(3\pi/2)}{3^3} + \frac{\sin(2\pi)}{3^4} + \dots$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{3} + \dots$$

och vi ser att $\sin(k\pi/2) = 0$ om k är jämnt och $\sin((2l+1)\pi/2) = (-1)^l$ för heltal $l \geq 1$.

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}}$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \left[k = 2l + 1 \right] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9} \right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix}$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l+1 \Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9} \right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l+1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3}\sum_{l=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1+1/9}$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l+1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3}\sum_{l=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?)

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1 \Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9} \right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l+1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3}\sum_{l=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = x\sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = x \sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx}\left(x^k\right) =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = x \sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx}\left(x^k\right) = x \frac{d}{dx} \sum_{k=0}^{\infty} x^k =$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \Big[k = 2l + 1\Big] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + 1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = x \sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx}\left(x^k\right) = x \frac{d}{dx} \sum_{k=0}^{\infty} x^k =$$

$$= x \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

Exempel 8

Detta gör att den andra serien kan skrivas

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{3^k} = \left[k = 2l+1 \right] = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{3^{2l+1}} = \frac{1}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{9} \right)^l =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{geometrisk} \\ \text{kvot} = -1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+1/9} = \frac{3}{10}.$$

För att hantera den första serien sätter vi $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} kx^k$.

Konvergensradien är $R = 1$ (varför?) och för $|x| < 1$ gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = x \sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx} \left(x^k \right) = x \frac{d}{dx} \sum_{k=0}^{\infty} x^k =$$

$$= x \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k}$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2}$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = \frac{3}{4}.$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = \frac{3}{4}.$$

Eftersom båda serierna är konvergenta

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = \frac{3}{4}.$$

Eftersom båda serierna är konvergenta gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k}$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = \frac{3}{4}.$$

Eftersom båda serierna är konvergenta gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + \sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{3}{4} + \frac{3}{10}$$

Exempel 8

Med $x = \dfrac{1}{3}$ erhåller vi att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k} = \frac{1/3}{(1-1/3)^2} = \frac{3}{4}.$$

Eftersom båda serierna är konvergenta gäller att

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+\sin(k\pi/2)}{3^k} = \frac{3}{4} + \frac{3}{10} = \frac{21}{20}.$$