Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen*

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.
Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.
Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'.

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2}

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\; y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1 = Ce^0 = C$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1 = Ce^0 = C \iff C = 1$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1 = Ce^0 = C \iff C = 1 \implies$$

$$y'(x) = e^{x^2}$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1 = Ce^0 = C \iff C = 1 \Longrightarrow$$

$$y'(x) = e^{x^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!}$$

Exempel 9

Bestäm lösningen till ekvationen

$$y'' - 2xy' = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

i form av en potensserie.

Lösning: Vi skall lösa ekvationen på två sätt.

Alternativ 1: Vi utnyttjar att ekvationen är linjär av *1:a ordningen* i y'. Integrerande faktorn är e^{-x^2} så efter att ekvationen multiplicerats med denna fås

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}y'\right) = 0 \iff e^{-x^2}y' = C \iff y' = Ce^{x^2}$$

$$y'(0) = 1 = Ce^0 = C \iff C = 1 \Longrightarrow$$

$$y'(x) = e^{x^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!}$$

och serien är konvergent för alla $x \in \mathbb{R}$.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int x^{2k} dx =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int x^{2k} dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)} + C$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int x^{2k} dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)} + C, \quad y(0) = 0 = C$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int x^{2k} dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)} + C, \quad y(0) = 0 = C \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Integration av potensserien ger

$$y(x) = \int e^{x^2} dx = \int \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{k!} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \int x^{2k} dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)} + C, \quad y(0) = 0 = C \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)}$$

och denna potensserie har samma konvergensradie, $R = \infty$, enligt Sats 10.16.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$y'' - 2xy'$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$y'' - 2xy' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$y'' - 2xy' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - 2x \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$\begin{aligned} y'' - 2xy' &= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - 2x \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} = \\ &= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$y'' - 2xy' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - 2x \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} =$$

$$= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - \sum_{k=1}^{\infty} 2k c_k x^k.$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Alternativ2: Antag att ekvationen har en lösning på formen $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och att denna konvergerar för $|x| < R$ för något $R > 0$. Derivering och insättning i ekvationen ger

$$y' = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} \Longrightarrow y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} \Longrightarrow$$

$$y'' - 2xy' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - 2x \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1} =$$

$$= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) c_k x^{k-2} - \sum_{k=1}^{\infty} 2k c_k x^k.$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \left[\begin{matrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{matrix} \right] =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \left[\begin{array}{c} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{array}\right] =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \Longrightarrow$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k -$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

$$= 2c_2$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

$$= 2c_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \Big(((k+2)(k+1)c_{k+2}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

$$= 2c_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\left((k+2)(k+1)c_{k+2} - 2kc_k \right) x^k \right)$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \begin{bmatrix} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

$$= 2c_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(((k+2)(k+1)c_{k+2} - 2kc_k)\, x^k\right) = 0 \iff$$

$$\iff c_2 = 0,$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

För att kunna skriva seriernas summa som *en* potensserie skriver vi om serien för y''.

$$y'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)c_k x^{k-2} = \left[\begin{array}{c} k-2=n \\ k=2 \iff n=0 \end{array} \right] =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)c_{n+2}x^n \implies$$

$$\implies y'' - 2xy' = \sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1)c_{k+2}x^k - \sum_{k=1}^{\infty} 2kc_k x^k =$$

$$= 2c_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\left((k+2)(k+1)c_{k+2} - 2kc_k \right) x^k \right) = 0 \iff$$

$$\iff c_2 = 0, \quad (k+2)(k+1)c_{k+2} - 2kc_k = 0, \; k \geq 1.$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$,

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 =$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.
För udda $k = 2n - 1$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2{\cdot}2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.
För udda $k = 2n - 1$ kan rekursionsformeln skrivas

$$c_{(2n-1)+2}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.
För udda $k = 2n - 1$ kan rekursionsformeln skrivas

$$c_{(2n-1)+2} = c_{2n+1}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.
För udda $k = 2n - 1$ kan rekursionsformeln skrivas

$$c_{(2n-1)+2} = c_{2n+1} = \frac{2(2n-1)}{((2n-1)+2)((2n-1)+1)} c_{2n-1}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.

För udda $k = 2n - 1$ kan rekursionsformeln skrivas

$$\begin{aligned} c_{(2n-1)+2} = c_{2n+1} &= \frac{2(2n-1)}{((2n-1)+2)((2n-1)+1)} c_{2n-1} = \\ &= \frac{2(2n-1)}{(2n+1)(2n)} c_{2n-1} \end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Vi får då

$$c_{k+2} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} c_k.$$

Då $y(0) = c_0 = 0$, $c_2 = 0$ ger $c_4 = \dfrac{2 \cdot 2}{(2+2)(2+1)} c_2 = 0$ så $c_{2k} = 0$ för alla $k \geq 0$.
För udda $k = 2n - 1$ kan rekursionsformeln skrivas

$$\begin{aligned} c_{(2n-1)+2} = c_{2n+1} &= \frac{2(2n-1)}{((2n-1)+2)((2n-1)+1)} c_{2n-1} = \\ &= \frac{2(2n-1)}{(2n+1)(2n)} c_{2n-1} = \frac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1} \end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$,

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1, \quad c_{2n+1}$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n = 1}}:$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n = 1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}:$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}:$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}:$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}: \quad c_9$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}: \quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{n=1}}: &\quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3}, \\
\underline{\underline{n=2}}: &\quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2}, \\
\underline{\underline{n=3}}: &\quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3}, \\
\underline{\underline{n=4}}: &\quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7 = \frac{1}{9\cdot 2\cdot 3\cdot 4}
\end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}: \quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7 = \frac{1}{9\cdot 2\cdot 3\cdot 4},$$

c_{2n+1}

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$
\begin{aligned}
\underline{\underline{n=1}}: &\quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3}, \\
\underline{\underline{n=2}}: &\quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2}, \\
\underline{\underline{n=3}}: &\quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3}, \\
\underline{\underline{n=4}}: &\quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7 = \frac{1}{9\cdot 2\cdot 3\cdot 4},
\end{aligned}
$$

$$c_{2n+1} = \frac{1}{(2n+1)n!} \Longrightarrow$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1$, $\quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}: \quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7 = \frac{1}{9\cdot 2\cdot 3\cdot 4},$$

$$c_{2n+1} = \frac{1}{(2n+1)n!} \Longrightarrow y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)n!} x^{2n+1}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Med $y'(0) = 1 = c_1, \quad c_{2n+1} = \dfrac{2n-1}{(2n+1)n} c_{2n-1}$ fås

$$\underline{\underline{n=1}}: \quad c_3 = \frac{2-1}{(2+1)\cdot 1} c_1 = \frac{1}{3},$$

$$\underline{\underline{n=2}}: \quad c_5 = \frac{3}{5\cdot 2} c_3 = \frac{1}{5\cdot 2},$$

$$\underline{\underline{n=3}}: \quad c_7 = \frac{5}{7\cdot 3} c_5 = \frac{1}{7\cdot 2\cdot 3},$$

$$\underline{\underline{n=4}}: \quad c_9 = \frac{7}{9\cdot 5} c_7 = \frac{1}{9\cdot 2\cdot 3\cdot 4},$$

$$c_{2n+1} = \frac{1}{(2n+1)n!} \Longrightarrow y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)n!} x^{2n+1}$$

och kvotkriteriet ger på vanligt sätt $R = \infty$.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet.

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right|$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| = $$

$$= \begin{bmatrix} \text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln} \end{bmatrix} =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| =$$

$$= \left[\begin{array}{c}\text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln}\end{array}\right] = |x|^2 \frac{2(n+1)-1}{(2(n+1)+1)(n+1)} =$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\begin{aligned}
\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| &= \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| = \\
&= \left[\begin{array}{c}\text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln}\end{array}\right] = |x|^2 \frac{2(n+1)-1}{(2(n+1)+1)(n+1)} = \\
&= |x|^2 \frac{2n+1}{(2n+3)(n+1)}
\end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\begin{aligned}
\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| &= \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| = \\
&= \begin{bmatrix} \text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln} \end{bmatrix} = |x|^2 \frac{2(n+1)-1}{(2(n+1)+1)(n+1)} = \\
&= |x|^2 \frac{2n+1}{(2n+3)(n+1)} \to 0 < 1
\end{aligned}$$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\begin{aligned}
\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| &= \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| = \\
&= \begin{bmatrix} \text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln} \end{bmatrix} = |x|^2 \frac{2(n+1)-1}{(2(n+1)+1)(n+1)} = \\
&= |x|^2 \frac{2n+1}{(2n+3)(n+1)} \to 0 < 1
\end{aligned}$$

då $n \to \infty$

Exempel 9: $y'' - 2xy' = 0$

Det är inte nödvändigt att hitta ett uttryck för koefficienterna på det sätt vi gjorde nu. Det viktiga är att man ändå kan beräkna konvergensradien med hjälp av rekursionsformeln och kvotkriteriet. Med $a_n = c_{2n+1}x^{2n+1}$ fås

$$\begin{aligned}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| &= \left|\frac{c_{2(n+1)+1}x^{2(n+1)+1}}{c_{2n+1}x^{2n+1}}\right| = \left|\frac{c_{2n+3}}{c_{2n+1}}\right| \left|\frac{x^{2n+3}}{x^{2n+1}}\right| = \\ &= \begin{bmatrix}\text{Byt } n \text{ mot } n+1 \\ \text{i rekursionsformeln}\end{bmatrix} = |x|^2 \frac{2(n+1)-1}{(2(n+1)+1)(n+1)} = \\ &= |x|^2 \frac{2n+1}{(2n+3)(n+1)} \to 0 < 1\end{aligned}$$

då $n \to \infty$, d v s serien konvergerar för alla $x \in \mathbb{R}$.