Dagens ämnen

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.
- Definitionen.

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.
- Definitionen.
- Jämförelsesatser.

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.
- Definitionen.
- Jämförelsesatser.
- Vad skall vi jämföra med?

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.
- Definitionen.
- Jämförelsesatser.
- Vad skall vi jämföra med?
- Absolutkonvergens

Generaliserade integraler.

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:
  1. Obegränsat intervall

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:
  1. Obegränsat intervall
  2. Obegränsad integrand

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:
  1. Obegränsat intervall
  2. Obegränsad integrand
- Har vi en integral med både obegränsat intervall och obegränsad integrand så måste den delas upp.

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:
  1. Obegränsat intervall
  2. Obegränsad integrand
- Har vi en integral med både obegränsat intervall och obegränsad integrand så måste den delas upp. Kan bara hantera en "generalisering" per integral.

Generaliserade integraler.

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågn genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågn genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.
- Hur göra om vi inte kan hitta en primitiv funktion till integranden?

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågn genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.
- Hur göra om vi inte kan hitta en primitiv funktion till integranden?
- Jämför med enklare integraler!

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågn genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.
- Hur göra om vi inte kan hitta en primitiv funktion till integranden?
- Jämför med enklare integraler!
- Viktigt! Tänk på tolkningen av integralen som en area.

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågn genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.
- Hur göra om vi inte kan hitta en primitiv funktion till integranden?
- Jämför med enklare integraler!
- Viktigt! Tänk på tolkningen av integralen som en area.

Jämförelsesatserna.

Jämförelsesatserna.

- Hur skall jämförelsen gå till, d v s hur skall vi formulera satserna?

Jämförelsesatserna.

- Hur skall jämförelsen gå till, d v s hur skall vi formulera satserna?
- Vilka "enkla" funktioner skall vi jämföra med?

Sats 10.11, sid 456 (Jämförelsesats I)

Sats 10.11, sid 456 (Jämförelsesats I)

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

Sats 10.11, sid 456 (Jämförelsesats I)

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ är konvergent så är $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ är konvergent

Sats 10.11, sid 456 (Jämförelsesats I)

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ är konvergent så är $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ är konvergent

(b) om $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ är divergent så är $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ är divergent

Jämförelsesats I, “Bevis”

Jämförelsesats I, “Bevis”

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

Jämförelsesats I, “Bevis”

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om den större arean är ändlig så är den mindre det också

Jämförelsesats I, "Bevis"

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om den större arean är ändlig så är den mindre det också

(b) Om den mindre arean är oändlig så är den större det också.

Vad skall vi jämföra med?

Vad skall vi jämföra med?

Sats 10.12, sid 456

(a) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha}dx \quad \text{är} \begin{cases} \text{konvergent om } \alpha > 1 \\ \text{divergent} \quad \text{om } \alpha \leq 1 \end{cases}$

Vad skall vi jämföra med?

Sats 10.12, sid 456

(a) $$\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha}dx \quad \text{är} \begin{cases} \text{konvergent om } \alpha > 1 \\ \text{divergent} \quad \text{om } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

(b) $$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha}dx \quad \text{är} \begin{cases} \text{konvergent om } \alpha < 1 \\ \text{divergent} \quad \text{om } \alpha \geq 1 \end{cases}$$

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$$f, g \geq 0. \text{ Om } \frac{f(x)}{g(x)} \to A > 0 \text{ då } x \to \text{ problemet.}$$

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$$f, g \geq 0. \text{ Om } \frac{f(x)}{g(x)} \to A > 0 \text{ då } x \to \text{ problemet.}$$

Då gäller

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$f, g \geq 0$. Om $\dfrac{f(x)}{g(x)} \to A > 0$ då $x \to$ problemet.

Då gäller $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ konvergent

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$f, g \geq 0$. Om $\dfrac{f(x)}{g(x)} \to A > 0$ då $x \to$ problemet.

Då gäller $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ konvergent $\iff$

$$\iff \int_a^b f(x)dx \text{ konvergent.}$$

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$f, g \geq 0$. Om $\dfrac{f(x)}{g(x)} \to A > 0$ då $x \to$ problemet.

Då gäller $\displaystyle\int_a^b g(x)dx$ divergent $\iff$

$\iff \displaystyle\int_a^b f(x)dx$ divergent.

Användning av jämförelsesatserna

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?
  2. Är integralen vi jämför med konvergent?

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?
  2. Är integralen vi jämför med konvergent?
- Om förutsättningarna i den jämförelsesats du vill använda är uppfyllda

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?
  2. Är integralen vi jämför med konvergent?
- Om förutsättningarna i den jämförelsesats du vill använda är uppfyllda så säger den att de två frågorna har **SAMMA SVAR!**

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?
  2. Är integralen vi jämför med konvergent?
- Om förutsättningarna i den jämförelsesats du vill använda är uppfyllda så säger den att de två frågorna har **SAMMA SVAR!**
- Vi vet svaret för jämförelseintegralen!

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
  1. Är integralen vi undersöker konvergent?
  2. Är integralen vi jämför med konvergent?
- Om förutsättningarna i den jämförelsesats du vill använda är uppfyllda så säger den att de två frågorna har **SAMMA SVAR!**
- Vi vet svaret för jämförelseintegralen!
- Därmed ger jämförelsesatsen att svaret på konvergensfrågan är detsamma för den integral vi vill undersöka.

Användning av jämförelsesatserna

Användning av jämförelsesatserna

Din redovisning måste därför **TYDLIGT** visa att **FÖRUTSÄTTNINGARNA** i jämförelsesatsen är uppfyllda.

Användning av jämförelsesatserna

Din redovisning måste därför **TYDLIGT** visa att **FÖRUTSÄTTNINGARNA** i jämförelsesatsen är uppfyllda.
Därför blir det också viktigt att du använder korrekta beteckningar och korrekt terminologi.

Absolutkonvergens

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?
- Studera $|f|$.

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?
- Studera $|f|$.

Definition. Om $\displaystyle\int_a^b |f(x)|dx$ är konvergent

säges $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ vara absolutkonvergent

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?
- Studera $|f|$.

Definition. Om $\displaystyle\int_a^b |f(x)|dx$ är konvergent

säges $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ vara absolutkonvergent (och förstås konvergent).

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?
- Studera $|f|$.

Definition. Om $\displaystyle\int_a^b |f(x)|dx$ är konvergent säges $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ vara absolutkonvergent (och förstås konvergent).