Dagens ämnen

- Potensserier
  - Definition
  - Var konvergerar potensserien?
- Räkning med potensserier
  - Derivering
  - Integrering

Potensserier

- En oändlig summa av formen
$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$$
kallas en potensserie.
- För vilka x är detta meningsfullt?
- För de $x \in \mathbb{R}$ som serien konvergerar, vad har funktionen
$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$$
för egenskaper?

Sats 10.15, sid 464

För en potensserie $\sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ gäller exakt ett av följande alternativ:

(a) $\exists R > 0 : \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ är absolutkonvergent för $|x| < R$ och divergent om $|x| > R$.

(b) $\sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ är absolutkonvergent $\forall x \in \mathbb{R}$

(c) $\sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ är divergent för alla $x \neq 0$.

Sats 10.15, sid 464

- Talet R i (a) kallas potensseriens ***konvergensradie***.
- I fall (b) säger vi att konvergensradien är ∞.
- I fall (c) säger vi att konvergensradien är 0.
- Vi använder Rot- eller Kvotkriterierna på hela termen $a_k = c_k x^k$ för att beräkna för vilka $x \in \mathbb{R}$ som serien konvergerar.

Sats 10.16, sid 465

Låt $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$ och antag att konvergensradien är $R > 0$ ($R = \infty$ är tillåtet). För $|x| < R$ gäller att

(a) $f(x)$ är en kontinuerlig funktion av x.

(b) $f(x)$ är deriverbar och $f'(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k c_k x^{k-1}$.

(c) $f(x)$ har en primitiv funktion och

$$F(x) = C + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{k+1} x^{k+1}, \ C = \text{konstant}.$$

Serierna i (b) och (c) har också konvergensradien R.

Sats 10.16, sid 465

- Satsen gör att vi kan beräkna de potensserier som efter derivering eller integrering blir en känd serie.
- "Kända" serier är den geometriska serien och Maclaurinserierna för de elementära funktionerna (mer om dessa Fö 10).

Kom ihåg!! Serierna i (b) och (c) har också konvergensradien R.