Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1 + x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left( \frac{1}{1 + x^2} - \cos x^2 \right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right)$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.
Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla!

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1-\cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1-\cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

$$= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big) - \Big(x^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big)\Big) =$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1-\cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] = \\ &= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big) - \Big(x^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big)\Big) = \\ &= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\big(x^6\big) \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

$$= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\left(\left(x^2\right)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left(\left(x^2\right)^3\right)\right) =$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\left(x^6\right) = -2 + \quad x^4 \quad \left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}\left(x^2\right)\right)$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1 - \cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

$$= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\left(\left(x^2\right)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left(\left(x^2\right)^3\right)\right) =$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\left(x^6\right) = -2 + \overbrace{x^4}^{>0 \text{ om } x\neq 0}\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}\left(x^2\right)\right)$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\,(1-\cos 0) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

$$= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big) - \Big(x^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big)\Big) =$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\left(x^6\right) = -2 + \overbrace{x^4}^{>0 \text{ om } x\neq 0}\underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}\left(x^2\right)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1-\cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.
Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned}
f(x) &= \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] = \\
&= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big) - \Big(x^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big)\Big) = \\
&= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\left(x^6\right) = -2 + \overbrace{x^4}^{>0 \text{ om } x\neq 0}\underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}\left(x^2\right)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}} < -2 = f(0)
\end{aligned}$$

om $x \neq 0$ är tillräckligt litet,

Avgör om funktionen $f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2$ har lokalt extremvärde i origo.

**Lösning:** Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x\cos x^2 = 2x\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) \Longrightarrow f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2\left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2\right) + 2x\left(-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2} + 2x\sin x^2\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow f''(0) = 2\left(1-\cos 0\right) + 0(0+0) = 0$$

d.v.s. 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

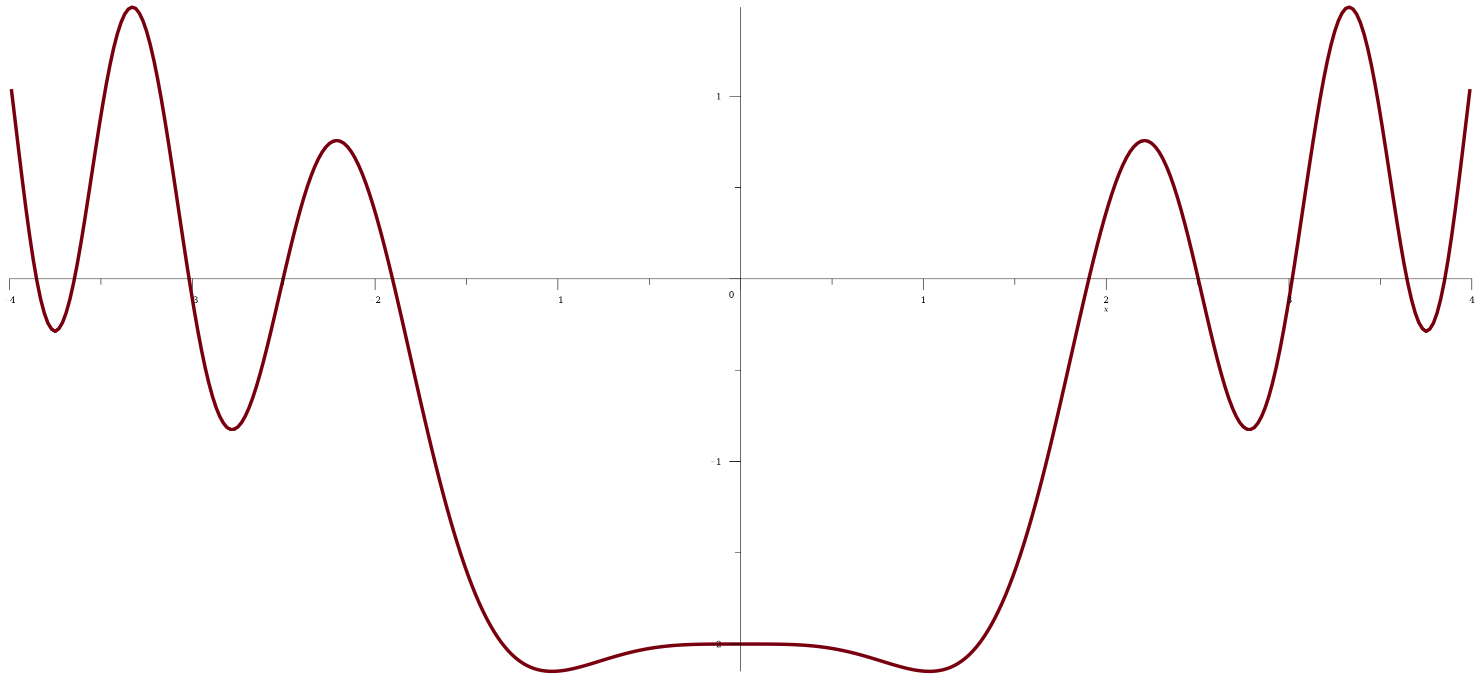
$$f(x) = \ln\left(1+x^2\right) - \sin x^2 - 2 = \left[\text{Tänk } t = x^2\right] =$$

$$= -2 + x^2 - \frac{1}{2}\left(x^2\right)^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big) - \Big(x^2 + \mathcal{O}\Big(\left(x^2\right)^3\Big)\Big) =$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}\left(x^6\right) = -2 + \overbrace{x^4}^{>0 \text{ om } x\neq 0}\underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}\left(x^2\right)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}} < -2 = f(0)$$

om $x \neq 0$ är tillräckligt litet, d.v.s. oavsett om vi går till vänster eller höger från $x = 0$ så blir $f(x) < -2 = f(0)$. Följaktligen har vi ett lokalt maximum $-2$ i $x = 0$.

Och så här ser grafen ut




Figur 1: Grafen till $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right) - \sin x^2 - 2$