Dagens ämnen

- Rotationsarea
- Pappos-Guldins regler
- Tyngdpunkt

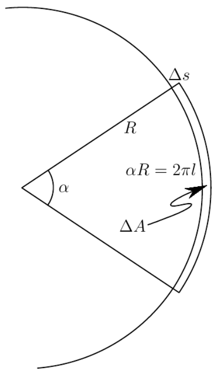
Rotationsarea

- Rotera ett litet kurvsegment
- Blir ungefär ett smalt band i form av en stympad kon med basradien l =avståndet från ds-segmentet till rotationsaxeln
- Klipp upp! Arean blir ungefär samma som en rektangel med

  långsida$= 2\pi \cdot l$ och kortsida$= ds$.
- Följaktligen får vi

$$dA = 2\pi l ds$$

Area av det uppklippta bandet



$\Delta A \approx$ areaskillnaden mellan två cirkelsektorer med öppningsvinkel α och radie R respektive $R + \Delta s$.

$$\Delta A \approx \pi(R + \Delta s)^2 \frac{\alpha}{2\pi} - \pi R^2 \frac{\alpha}{2\pi} =$$

$$= \frac{\alpha}{2}(2R\Delta s + (\Delta s)^2) =$$

$$= \alpha R \Delta s + \frac{\alpha}{2}(\Delta s)^2 \approx$$

$$\approx \alpha R \Delta s = 2\pi l ds$$

Rotationsarea

Rotation kring x-axeln ($l = y$)

- Kurva på parameterform

$$dA = 2\pi l ds = 2\pi y \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\, dt$$

- Funktionskurva

$$dA = 2\pi l ds = 2\pi y \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

Pappos-Guldins regler

- Tyngdpunktens (TP) väg är ett bra samlingsmått vid beräkning av rotationsareor och volymer
- TP:s väg = omkrets av cirkel= $2\pi\cdot$TP:s avstånd till rotationsaxeln.
- Volymen = TP:s väg$\cdot$arean av området som roteras
- Arean = TP:s väg$\cdot$längden av kurvan som roteras
- Användning
  - Rotationsvolym: dV =TP:s väg$\cdot dA$
  - Rotationsarea: dA =TP:s väg$\cdot ds$

Tyngdpunkt

- Tänk jämvikt
- Totala vridmomentet = 0
- Ändligt många punktmassor längs en linje

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_t)m_i = 0 \iff x_t\sum_{i=1}^{n} m_i = \sum_{i=1}^{n} x_i m_i$$

$$x_t = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\sum_{i=1}^{n} x_i m_i$$

Tyngdpunkt

- Stycka upp i småbitar och använd integrationsidén
- m =områdets totala massa
- OBS! $x = x$-värdet för dm:s tyngdpunkt

$$x_t = \frac{1}{m}\int x dm$$

- OBS! $y = y$-värdet för dm:s tyngdpunkt

$$y_t = \frac{1}{m}\int y dm$$