

# Exempel 1

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y$$



# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2}$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)}$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right)$$



# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \underline{\underline{\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right)}}$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}}$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y =$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx =$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$

$y(\pi)$



# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C)$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C =$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C = \pi^3$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x}dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C = \pi^3 \iff C = \pi$$

# Exempel 1

Lös  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ,  $y(\pi) = \pi^3$ ,  $x > 0$ .

**Lösning:** Ekvationen är en linjär av 1:a ordningen så vi löser med hjälp av Integrerande Faktor.

$$xy' - 2y = x^3 \cos x \iff y' - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x$$
$$\int -\frac{2}{x} dx = -2 \ln x = \ln \frac{1}{x^2} \implies I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}.$$

Multiplikation av ekvationen med den Integrerande Faktorn ger då

$$\frac{1}{x^2} \left( y' - \frac{2}{x}y \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2}y \right) = \frac{1}{x^2} \cdot x^2 \cos x = \underline{\underline{\cos x}} \iff$$
$$\iff \frac{1}{x^2}y = \int \cos x dx = \sin x + C \iff y = x^2(\sin x + C)$$
$$y(\pi) = \pi^2(\sin \pi + C) = \pi^2 C = \pi^3 \iff C = \pi \implies$$
$$\implies y = x^2(\pi + \sin x)$$