

# Exempel 3

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ ,

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ ,

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ ,

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3$$



# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \left\{ \begin{array}{l} \frac{y'}{y^3} = \end{array} \right.$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \left\{ \begin{array}{l} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2} \end{array} \right.$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \end{cases}$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \end{cases}$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \end{cases}$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$ , dvs  $y(x) = 0$  för alla  $x \in \mathbb{R}$



# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$ , d v s  $y(x) = 0$  för alla  $x \in \mathbb{R}$ , löser ekvationen.

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$ , d v s  $y(x) = 0$  för alla  $x \in \mathbb{R}$ , löser ekvationen. Om vi börjar bakifrån med fall (d)

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$ , d v s  $y(x) = 0$  för alla  $x \in \mathbb{R}$ , löser ekvationen. Om vi börjar bakifrån med fall (d) inses att enda chansen för  $y$  att vara  $= 0$  för  $x = -1$

# Exempel 3

Lös ekvationen

$$x^2 y' = y^3$$

då (a)  $y(1)=1$ , (b)  $y(1)=-\frac{1}{2}$ , (c)  $y(-1)=-1$ , (d)  $y(-1)=0$ .

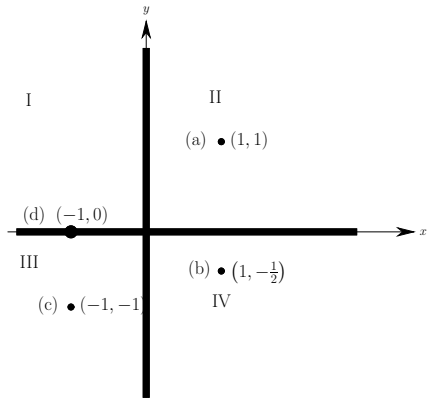
**Lösning:** Ekvationen är separabel ty

$$x^2 y' = y^3 \iff \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ \text{eller} \\ y = 0, & \text{för alla } x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Vi börjar med att konstatera att  $y \equiv 0$ , d v s  $y(x) = 0$  för alla  $x \in \mathbb{R}$ , löser ekvationen. Om vi börjar bakifrån med fall (d) inses att enda chansen för  $y$  att vara  $= 0$  för  $x = -1$  är att fortsätta vara 0 hela tiden.

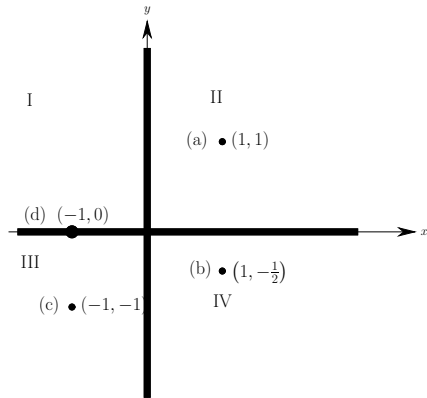
# Exempel 3

# Exempel 3

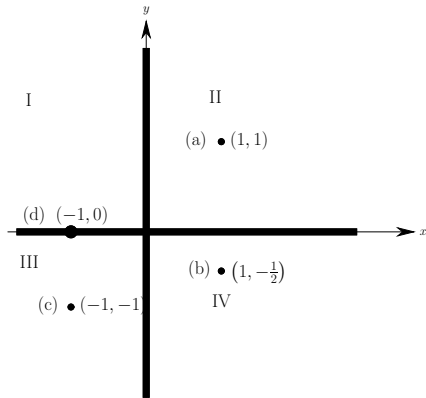


# Exempel 3

Studera vidstående figur.



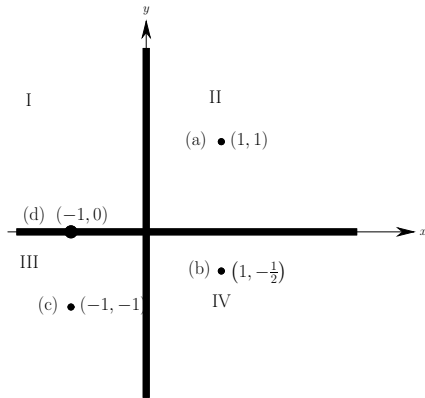
# Exempel 3



Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av.

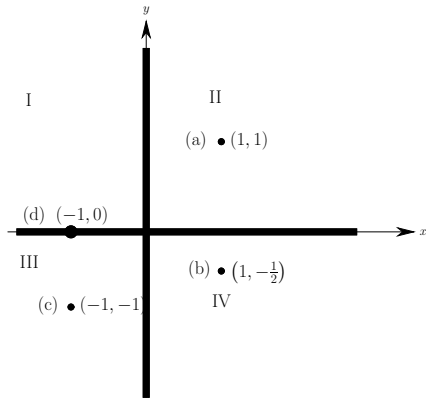


# Exempel 3



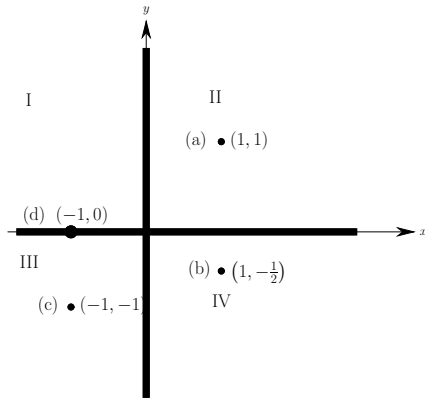
Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell

# Exempel 3



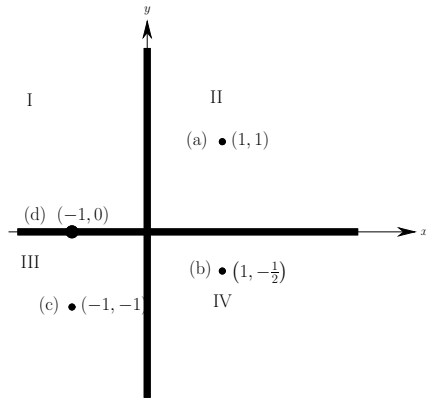
Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c)

# Exempel 3



Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

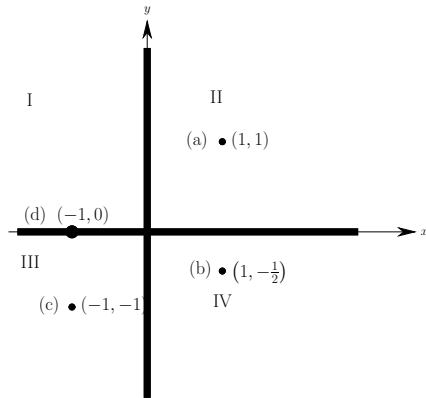
# Exempel 3



För  $y \neq 0$  fås

Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

# Exempel 3

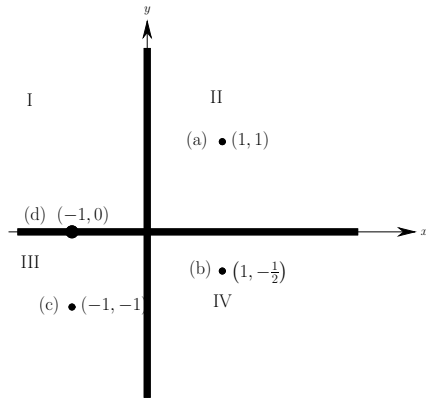


Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3}$$

# Exempel 3

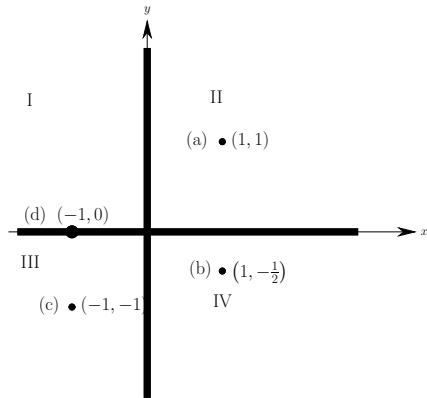


Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2}$$

# Exempel 3

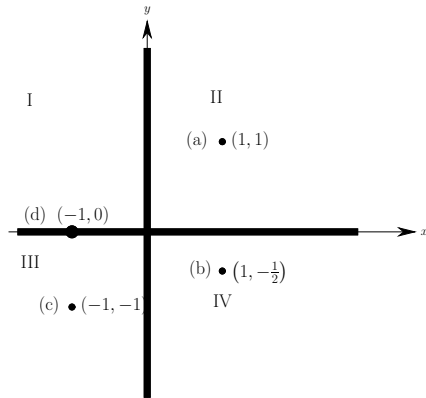


Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2} \iff \int \frac{dy}{y^3}$$

# Exempel 3



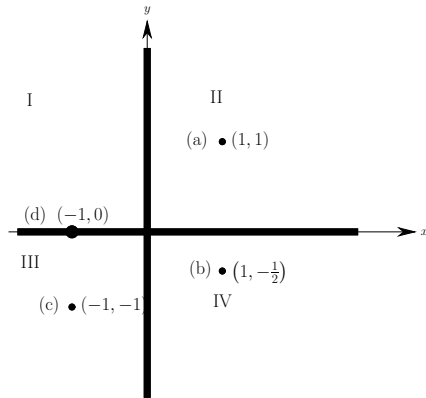
Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2} \iff \int \frac{dy}{y^3} = -\frac{1}{2y^2}$$



# Exempel 3

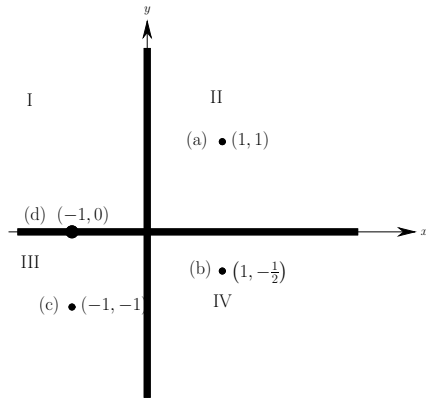


Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2} \iff \int \frac{dy}{y^3} = -\frac{1}{2y^2} = \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C. \quad (1)$$

# Exempel 3



Studera vidstående figur. De “fetlagda” koordinataxlarna är tänkta att indikera de naturliga avgränsningar som lösandet av ekvationen berörs av. Eftersom den konstanta lösningen inte är aktuell vare sig i fall (a), (b) eller (c) antar vi fortsättningsvis att  $y \neq 0$ .

För  $y \neq 0$  fås

$$\frac{y'}{y^3} = \frac{1}{x^2} \iff \int \frac{dy}{y^3} = -\frac{1}{2y^2} = \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C. \quad (1)$$

# Exempel 3

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} =$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C$$



# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}$$



# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1)$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$ delområde II

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$ delområde II har vi att

$$x, y > 0$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$  delområde II har vi att

$$x, y > 0 \text{ vilket ger att } y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$ delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$  delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$  som innehåller  $x = 1$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$ delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$  som innehåller  $x = 1$  och där detta uttryck är definierat



# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$  delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$  som innehåller  $x = 1$  och där detta uttryck är definierat blir då det intervall där uttrycket under rot-tecknet är positivt

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$  delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$  som innehåller  $x = 1$  och där detta uttryck är definierat blir då det intervall där uttrycket under rot-tecknet är positivt, d v s lösningen är

$$y = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

# Exempel 3

(a) Insättning av villkoret  $y(1) = 1$  i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot 1^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C - 1}} \iff C = \frac{1}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \iff \frac{1}{y^2} = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}}$$

Då lösningen skall gå genom  $(1, 1) \in$  delområde II har vi att  $x, y > 0$  vilket ger att  $y = +\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ . Det största delintervall av  $x > 0$  som innehåller  $x = 1$  och där detta uttryck är definierat blir då det intervall där uttrycket under rot-tecknet är positivt, d v s lösningen är

$$y = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2.$$

# Exempel 3

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2}$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2}$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}}$$



## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C =$$

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff$$

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} =$$

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2}$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$



# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2)$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ .

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ .

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x > 0$ .



# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x > 0$ . Då  $x=1$  ingår i detta intervall

## Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x > 0$ . Då  $x=1$  ingår i detta intervall blir lösningen

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x > 0$ . Då  $x=1$  ingår i detta intervall blir lösningen

$$y = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

# Exempel 3

(b)  $y(1) = -\frac{1}{2}$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \underline{\underline{-2}} = -\frac{1}{1} + C = \underline{\underline{C-1}} \iff C = -1$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{x+1}{x} \iff y^2 = \frac{x}{2x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$

Då  $(1, -1/2) \in$  delområde IV är  $x > 0$  och  $y < 0$ . Då följer det att  $y = -\sqrt{x/(2x+2)}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x > 0$ . Då  $x=1$  ingår i detta intervall blir lösningen

$$y = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0.$$

# Exempel 3

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$



# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C + 1}}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2}$$



# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att

$$y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = -\frac{1}{\underline{\underline{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x < -\frac{2}{3}$ .

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x < -\frac{2}{3}$ . Då  $x = -1$  ingår i detta intervall blir lösningen



# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x < -\frac{2}{3}$ . Då  $x = -1$  ingår i detta intervall blir lösningen

$$y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

# Exempel 3

(c)  $y(-1) = -1$  insatt i (1) ger

$$-\frac{1}{2(y(1))^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{-1} + C = \underline{\underline{C+1}} \iff C = -\frac{3}{2}$$

vilket ger

$$-\frac{1}{2y^2} = -\frac{1}{x} - \frac{3}{2} = -\frac{3x+2}{2x} \iff y^2 = \frac{x}{3x+2} \iff y = \pm \sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

Då  $(-1, -1) \in$  delområde III är  $x, y < 0$  och då följer det att  $y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ . För att detta uttryck skall vara definierat krävs att uttrycket under rot-tecknet är positivt vilket det är för alla  $x < -\frac{2}{3}$ . Då  $x = -1$  ingår i detta intervall blir lösningen

$$y = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}, \quad x < -\frac{2}{3}$$

# Exempel 3

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1)$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) \quad y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$$



# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \ y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) \ y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) \quad y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) \quad y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right) \in \text{delområde IV}$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) \quad y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) \quad y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right) \in \text{delområde IV}$$

$$(c) \quad y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right) \in \text{delområde IV}$$

$$(c) y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}, \quad x < -\frac{2}{3} \text{ går genom } (-1, -1)$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right) \in \text{delområde IV}$$

$$(c) y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}, \quad x < -\frac{2}{3} \text{ går genom } (-1, -1) \in \text{delområde III}$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

$$(a) y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2 \text{ går genom } (1, 1) \in \text{delområde II}$$

$$(b) y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}, \quad x > 0 \text{ går genom } \left(1, -\frac{1}{2}\right) \in \text{delområde IV}$$

$$(c) y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}, \quad x < -\frac{2}{3} \text{ går genom } (-1, -1) \in \text{delområde III}$$

$$(d) y_d \equiv 0$$

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$



# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III.

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III. Då  $y = 0$  är "förbjudet område"

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III. Då  $y = 0$  är "förbjudet område" då vi använder lösningsmetodiken följer det att enda möjligheten för  $y_d$  att vara 0

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III. Då  $y = 0$  är "förbjudet område" då vi använder lösningsmetodiken följer det att enda möjligheten för  $y_d$  att vara 0 är att vara det hela tiden.

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $\left(1, -\frac{1}{2}\right) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III. Då  $y = 0$  är "förbjudet område" då vi använder lösningsmetodiken följer det att enda möjligheten för  $y_d$  att vara 0 är att vara det hela tiden. Därmed finns heller inget krav på att inskränka definitionsmängden

# Exempel 3

Sammanfattningsvis har vi i de olika deluppgifterna, följande lösningar

(a)  $y_a = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$ ,  $0 < x < 2$  går genom  $(1, 1) \in$  delområde II

(b)  $y_b = -\sqrt{\frac{x}{2x+2}}$ ,  $x > 0$  går genom  $(1, -\frac{1}{2}) \in$  delområde IV

(c)  $y_c = -\sqrt{\frac{x}{3x+2}}$ ,  $x < -\frac{2}{3}$  går genom  $(-1, -1) \in$  delområde III

(d)  $y_d \equiv 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  går genom  $(-1, 0)$  som ligger på gränsen mellan delområde II och III. Då  $y = 0$  är "förbjudet område" då vi använder lösningsmetodiken följer det att enda möjligheten för  $y_d$  att vara 0 är att vara det hela tiden. Därmed finns heller inget krav på att inskränka definitionsmängden eftersom ursprungsekvationen är meningsfull för alla  $x \in \mathbb{R}$ .