

Dagens ämnen

- Generaliserade integraler.
- Definitionen.
- Jämförelsesatser.
- Vad skall vi jämföra med?
- Absolutkonvergens

1 / 11

Generaliserade integraler.

- Samma definitioner som i Envar 1.
- Två grundtyper:
 - ① Obegränsat intervall
 - ② Obegränsad integrand
- Har vi en integral med både obegränsat intervall och obegränsad integrand så måste den delas upp. Kan bara hantera en “generalisering” per integral.

2 / 11

Generaliserade integraler.

- Tidigare avgjordes konvergensfrågan genom att vi räknade ut de aktuella integralerna.
- Hur göra om vi inte kan hitta en primitiv funktion till integranden?
- Jämför med enklare integraler!
- Viktigt! Tänk på tolkningen av integralen som en area.

3 / 11

Jämförelsesatserna.

- Hur skall jämförelsen gå till, d v s hur skall vi formulera satserna?
- Vilka ”enkla” funktioner skall vi jämföra med?

4 / 11

Sats 10.11, sid 456 (Jämförelsesats I)

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om $\int_a^b g(x)dx$ är konvergent så är

$$\int_a^b f(x)dx \text{ är konvergent}$$

(b) om $\int_a^b f(x)dx$ är divergent så är

$$\int_a^b g(x)dx \text{ är divergent}$$

5 / 11

Jämförelsesats I, "Bevis"

Antag att $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Då gäller:

(a) om den större arean är ändlig så är den mindre det också

(b) Om den mindre arean är oändlig så är den större det också.

6 / 11

Vad skall vi jämföra med?

Sats 10.12, sid 456

(a) $\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx$ är $\begin{cases} \text{konvergent om } \alpha > 1 \\ \text{divergent om } \alpha \leq 1 \end{cases}$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ är $\begin{cases} \text{konvergent om } \alpha < 1 \\ \text{divergent om } \alpha \geq 1 \end{cases}$

7 / 11

Jämförelse på (slapp) kvotform

Sats 10.13, sid 458

$f, g \geq 0$. Om $\frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow A > 0$ då $x \rightarrow$ problemet.

Då gäller $\int_a^b g(x)dx$ divergent \iff

$$\iff \int_a^b f(x)dx \text{ divergent.}$$

8 / 11

Användning av jämförelsesatserna

- Se konvergensfrågan som **TVÅ** frågor:
 - 1 Är integralen vi undersöker konvergent?
 - 2 Är integralen vi jämför med konvergent?
- Om förutsättningarna i den jämförelsesats du vill använda är uppfyllda så säger den att de två frågorna har **SAMMA SVAR!**
- Vi vet svaret för jämförelseintegralen!
- Därmed ger jämförelsesatsen att svaret på konvergensfrågan är detsamma för den integral vi vill undersöka.

9 / 11

Användning av jämförelsesatserna

Din redovisning måste därför **TYDLIGT** visa att **FÖRUTSÄTTNINGARNA** i jämförelsesatsen är uppfyllda. Därför blir det också viktigt att du använder korrekta beteckningar och korrekt terminologi.

10 / 11

Absolutkonvergens

- Jämförelsesatserna kräver att $f \geq 0$.
- Vad gör vi om f växlar tecken?
- Studera $|f|$.

Definition. Om $\int_a^b |f(x)| dx$ är konvergent säges $\int_a^b f(x) dx$ vara absolutkonvergent (och förstås konvergent).

11 / 11