

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$f''(x) = 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right)$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla!

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right]$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2} (x^2)^2 + \mathcal{O}((x^2)^3) - \left(x^2 + \mathcal{O}((x^2)^3) \right) =$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ &\implies f''(0) = 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) = \ln(1+x^2) - \sin x^2 &= \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) = \ln(1+x^2) - \sin x^2 &= \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) = x^4 \left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^2) \right) \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ &\implies f''(0) = 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(1+x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) = \overbrace{x^4}^{>0 \text{ om } x \neq 0} \left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^2) \right) \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(1+x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) = \underbrace{x^4}_{>0 \text{ om } x \neq 0} \underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^2)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}} \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(1+x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) = \underbrace{x^4}_{>0 \text{ om } x \neq 0} \underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^2)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}} < 0 \quad \text{om } x \neq 0 \text{ är tillräckligt litet,} \end{aligned}$$

Avgör om funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x^2$ har lokalt extremvärde i origo.

Lösning: Derivera och kontrollera att $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 2x \cos x^2 = 2x \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) \implies f'(0) = 0.$$

För att avgöra om vi har lokal extrempunkt kan vi prova 2:a derivatatestet. Vi får

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 \left(\frac{1}{1+x^2} - \cos x^2 \right) + 2x \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2x \sin x^2 \right) \implies \\ \implies f''(0) &= 2(1 - \cos 0) + 0(0 + 0) = 0 \end{aligned}$$

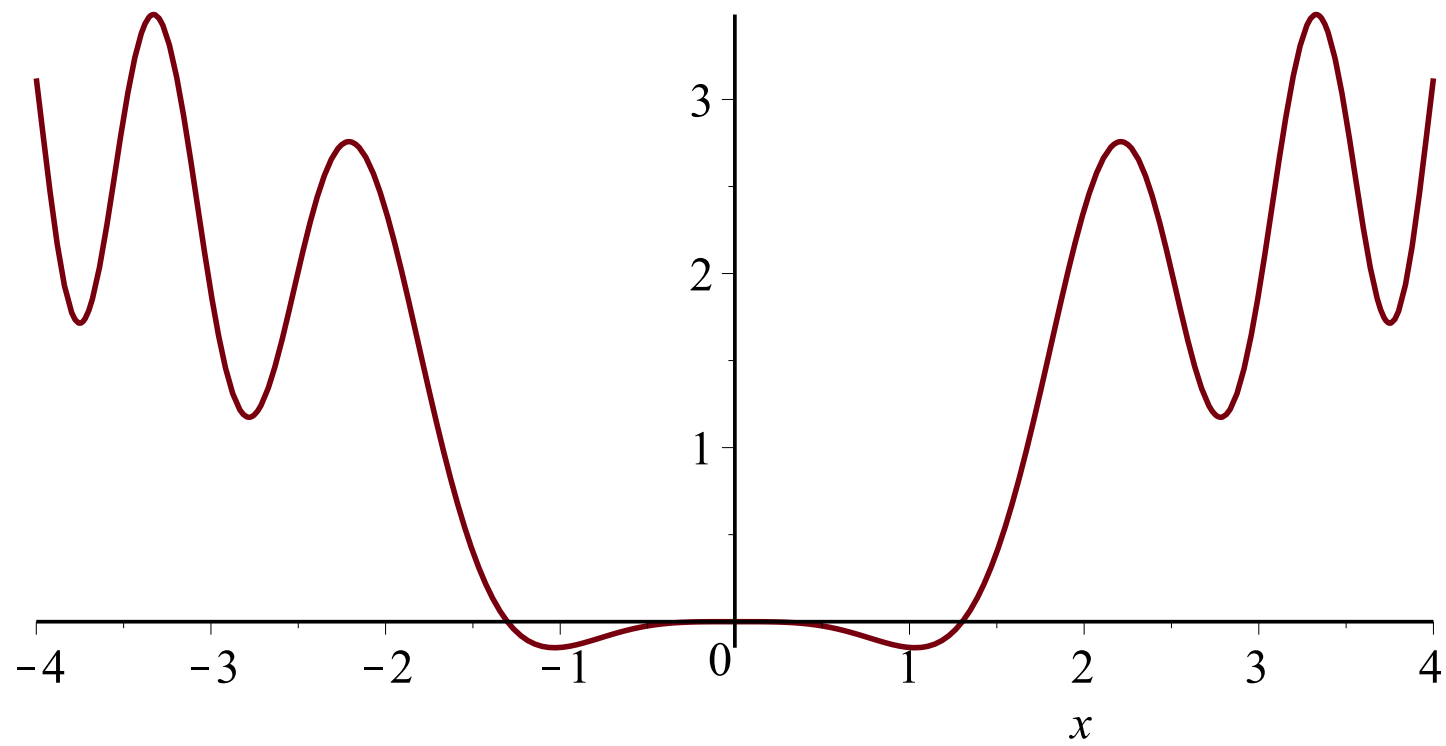
dvs 2:a derivatatestet ger inget.

Gör som i beviset av 2:a derivatatestet och Maclaurinutveckla! Vi får

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(1+x^2) - \sin x^2 = \left[\text{Tänk } t = x^2 \right] = x^2 - \frac{1}{2}(x^2)^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right) - \left(x^2 + \mathcal{O}\left((x^2)^3\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{2}x^4 + \mathcal{O}(x^6) = \underbrace{x^4}_{>0 \text{ om } x \neq 0} \underbrace{\left(-\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^2)\right)}_{<0 \text{ om } x \text{ är tillräckligt litet}} < 0 \quad \text{om } x \neq 0 \text{ är tillräckligt litet,} \end{aligned}$$

dvs oavsett om vi går till vänster eller höger från $x = 0$ så blir $f(x) < 0$. Följaktligen har vi ett lokalt maximum i $x = 0$.

Och så här ser grafen ut



Figur 1: Grafen till $f(x) = \ln(1+x^2) - \sin x^2$